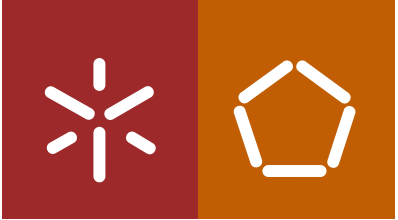


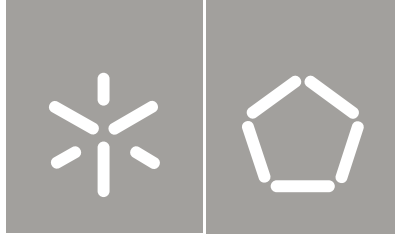


Paulo Valdemar Sequeira Guimarães

Ensaaios de vibração para determinação  
dos parâmetros dinâmicos de estruturas

Universidade do Minho  
Escola de Engenharia





Universidade do Minho  
Escola de Engenharia

Paulo Valdemar Sequeira Guimarães

Ensaaios de vibração para determinação  
dos parâmetros dinâmicos de estruturas

Tese de Mestrado  
Ciclo de Estudos Integrados Conducentes ao  
Grau de Mestre em Engenharia Civil

Trabalho efetuado sob a orientação do  
Professor Doutor José Luís F. Ramos

e coorientação do  
Professor Doutor José Filipe B. Meireles

Outubro de 2012

## Agradecimentos

---

Em primeiro lugar, gostaria de expressar um agradecimento ao Professor Doutor José Luís Ramos por todo envolvimento no trabalho realizado, sempre com uma orientação atenta e cuidada, mostrando uma total disponibilidade na partilha de conhecimentos e sugerindo conselhos fundamentais.

Agradeço ao Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho, em nome do Professor Doutor José Filipe Meireles e do aluno Luís Pedro Rodrigues, pela cooperação no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Florian Thiery, pela cooperação no desenvolvimento do *software* UModal.

Aos estudantes Kevin Vasquez, Ximena Milia, Hamid Taravat, Foo Cheong e Robert Belardi, pela cooperação no ensaio dinâmico da Ponte de Paradela.

À minha família e em especial aos meus pais, que sempre me motivaram e apoiaram com vista à conclusão deste trabalho.

Ao meu irmão e esposa, expresso, também, o meu agradecimento pelo apoio e pelos conselhos que me transmitiram.

Aos meus amigos, pela amizade, apoio e paciência prestados ao longo destes meses de trabalho.



## Resumo

---

O tema abordado no âmbito da dissertação de mestrado incidiu no estudo de ensaios dinâmicos em estruturas de engenharia civil. Um dos objetivos fundamentais foi a implementação de métodos de identificação numa ferramenta informática, integrada com o desenvolvimento de um equipamento de ensaios dinâmicos forçados.

Nesse sentido, foram abordados os fundamentos teóricos de vários métodos existentes no âmbito do tema proposto, procurando-se integrar-se os mesmos métodos na ferramenta desenvolvida.

Também foi realizado o pré-dimensionamento de um equipamento de excitação através de um estudo numérico, em que se simulou o comportamento de uma estrutura real sujeita a várias combinações de parâmetros do excitador, por forma a otimizar as dimensões do equipamento e o seu peso. Este equipamento foi desenvolvido tendo em vista a aplicabilidade a estruturas de médio porte, tendo como mais-valia a versatilidade.

No âmbito desta dissertação foram também realizados ensaios dinâmicos em duas estruturas reais: no primeiro caso foi aplicado a uma viga de betão armado pré-esforçado de alta resistência, e no segundo caso incidiu na ponte ferroviária de Paradela, na linha do Tua.

Como resultado principal deste trabalho salienta-se uma ferramenta informática, de livre acesso, para a identificação dinâmica de estruturas, que utiliza dois algoritmos de input-output e um algoritmo de output-only.

- **Palavras-chave:** Dinâmica, análise modal, ensaio forçados, vibrações, estruturas



## Abstract

---

The issue discussed in this MSc thesis is related to the study of dynamic tests in civil engineering structures. One of the main aims was the implementation of identifications methods in a computer toolbox, integrated with a development of excitation dynamic test equipment (shaker).

Dynamic theoretical fundamentals of various existing identification methods were discussed in this work, in order to integrate them in the developed toolbox.

The design of the shaker through a numerical study was also executed, which simulated the behavior of a real structure subjected to various parameter's combinations of an exciter, in order to optimize the equipment dimension and weight. The shaker was developed to be applicable to medium size structures. The main advantage of this equipment is to be very versatile.

In the framework of this dissertation it was also carried out dynamic tests in two real structures: In the first case, the dynamic tests were applied to a concrete structure of compressive strength; in the second case, the tests were applied to a railway bridge in Paradela, Tua's line, Portugal.

The main outcome of this work is a freeware toolbox created to perform the dynamic identification of structures. This toolbox uses two input-output algorithms and one output-only algorithm.

**- Keywords:** Dynamics, Modal Analysis, Forced Vibration Testing, Structures





# INDICE

<b>AGRADECIMENTOS .....</b>	<b>I</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>III</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>V</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS .....</b>	<b>X</b>
<b>ÍNDICE DE TABELAS .....</b>	<b>XV</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Enquadramento .....	1
1.2 Objetivos.....	2
1.3 Estrutura da dissertação .....	3
<b>2. DINÂMICA TEÓRICA DE ESTRUTURAS.....</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução .....	5
2.2 Formulação clássica .....	5
2.2.1 Sistemas de um grau de liberdade .....	5
2.2.2 Sistemas com múltiplos graus de liberdade.....	18
<b>3. MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>23</b>
3.1 Equipamento e noções básicas de análise e processamento de sinais .....	24
3.1.1 Mecanismos de excitação .....	24
3.1.2 Equipamentos de medição (sensores).....	30
3.1.3 Processamento digital de dados.....	34
3.2 Métodos de Identificação Input-Output (I/O) .....	40
3.2.1 Considerações gerais .....	40

3.2.2	Métodos no domínio da frequência .....	42
3.2.3	Métodos no domínio do tempo .....	52
<b>3.3</b>	<b>Métodos de Identificação Output-Only (O/O) .....</b>	<b>55</b>
3.3.1	Métodos de Identificação (O/O) no domínio da frequência.....	56
3.3.2	Métodos de Identificação (O/O) no domínio do tempo .....	60
3.3.3	Normalização dos modos de vibração .....	61
<b>4.</b>	<b>DIMENSIONAMENTO DO EXCITADOR.....</b>	<b>63</b>
4.1	Tipologia do excitador .....	64
4.2	Funcionamento e definição dos parâmetros a dimensionar .....	65
4.3	Dimensionamento do excitador .....	68
4.4	Projeto de execução do excitador de massas excêntricas .....	79
<b>5.</b>	<b>DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DE UM SOFTWARE DE CÁLCULO AUTOMÁTICO EM MATLAB .....</b>	<b>82</b>
5.1	Introdução.....	82
5.2	Descrição do software desenvolvido .....	83
5.2.1	Estrutura do programa .....	84
5.3	Validação sem Ruído.....	87
5.4	Validação com Ruído .....	95
5.5	Conclusões.....	99
<b>6.</b>	<b>APLICAÇÃO EM ESTRUTURAS REAIS DE ENGENHARIA CIVIL .....</b>	<b>100</b>
6.1	Introdução.....	100
6.2	Considerações gerais sobre o planeamento de ensaios dinâmicos.....	100
6.3	Ensaio referência na viga de betão armado pré-esforçado.....	102
6.3.1	Configuração do ensaio .....	104
6.3.2	Ensaio com ruído ambiente .....	105
6.3.3	Ensaio com impulsos aleatórios.....	111
6.4	Validação do UModal para a viga de betão armado .....	117

6.4.1	Ensaio com impactos aleatórios .....	117
6.4.2	Ensaio input-output .....	122
<b>6.5</b>	<b>Ensaio de referência na ponte ferroviária de Paradela .....</b>	<b>130</b>
6.5.1	Configuração do ensaio .....	131
6.5.2	Ensaio com ruído ambiente .....	135
<b>6.6</b>	<b>Validação do UModal para a Ponte de Paradela .....</b>	<b>140</b>
6.6.1	Ensaio com Ruído ambiente .....	140
6.6.2	Ensaio input-output .....	143
<b>6.7</b>	<b>Conclusão.....</b>	<b>148</b>
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>149</b>
7.1	Conclusões .....	149
7.2	Trabalhos futuros .....	151
	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>153</b>
	<b>ANEXOS A.....</b>	<b>1</b>
	<b>MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA UMODAL V1.0.....</b>	<b>2</b>

## Índice de figuras

---

Fig. 2.1 – Representação de um sistema de 1 grau de liberdade .....	5
Fig. 2.2 – Representação gráfica da equação (2.11) .....	7
Fig. 2.3 – Representação gráfica da equação (2.20) .....	10
Fig. 2.4 – Fator de amplificação dinâmica e ângulo de fase vs. Frequência para um sistema amortecido excitado harmonicamente .....	12
Fig. 2.5 – Representação tridimensional da função de resposta em frequência de um sistema de 1 grau de liberdade.....	15
Fig. 2.6 – Representações de funções de resposta no domínio da frequência. ....	16
Fig. 2.7 – Representações alternativas de funções de resposta no domínio da frequência. ....	16
Fig. 2.7 – Exemplo da representação gráfica de uma FRF de um sistema de 3 graus de liberdade. ....	20
Fig. 3.1 – Classificação dos sinais dinâmicos .....	24
Fig. 3.2 – Exemplos de sinais de excitação e possível resposta de um sistema a estes. ....	26
Fig. 3.3 – Princípio da operacionalidade do vibrador de massas excêntricas.....	27
Fig. 3.4 – Exemplos de vários tipos de excitadores .....	29
Fig. 3.5 – Dispositivos de excitação impulsiva.....	30
Fig. 3.6- Transdutor de força piezoelétrico .....	31
Fig. 3.7 – Esquema de um acelerómetro piezoelétrico .....	32
Fig. 3.8 – Imagem ilustrativa do funcionamento de um acelerómetro do tipo piezoresistivo	33
Fig. 3.9 – Esquema do processo de aquisição de dados.....	35
Fig. 3.10 – Efeito de <i>Aliasing</i> .....	38
Fig. 3.11 – Exemplo do erro de <i>leakage</i> .....	39
Fig. 3.12 – Esquema geral das técnicas de identificação <i>Input-Output</i> .....	40
Fig. 3.12 – Esquema resumo das classificações dos métodos de identificação <i>Input-Output</i> existentes .....	41
Fig. 3.13 – Processo de cálculo e suavização das <i>FRFs</i> .....	44
Fig. 3.14 – Exemplo da reconstrução de um modelo SDOF com base nos parâmetros extraídos pela técnica de Amplitude de Pico .....	46
Fig. 3.15 – Mudança da posição do círculo devido a uma variável complexa .....	48

---

Fig. 3.16 – Relações geométricas entre o ângulo de fase e ângulo ao centro no caso da Mobilidade .....	49
Fig. 3.17 – Representação gráfica dos resultados do amortecimento para as várias combinações de pontos .....	50
Fig. 4.1 – Imagens de excitadores de massas excêntricas .....	64
Fig. 4.2 – Representação esquemática das forças geradas no movimento de rotação de uma massa excêntrica.....	66
Fig. 4.3 – Esquema do funcionamento do excitador de massas excêntricas .....	66
Fig. 4.4 – Esquema representando a força harmónica produzida pelo movimento circular das duas massas .....	67
Fig. 4.5 – Imagens de torres sineiras. ....	68
Fig. 4.6 – Características geométricas do modelo da torre.....	69
Fig. 4.7 – Modos naturais de vibração de uma viga uniforme encastrada .....	70
Fig. 4.8 – Imagens dos primeiros dois modos de vibração identificados experimentalmente da Torre de Mogadouro .....	71
Fig. 4.9 – Modelo da torre discretizado em 20 graus de liberdade.....	72
Fig. 4.10 – Gráfico da força produzida ao longo da simulação do excitador de massas.....	72
Fig. 4.11 – Resultados do método de Newmark em termos de acelerações.....	73
Fig. 4.12 – Resultados do modelo em Newmark em termos de deslocamentos.....	74
Fig. 4.13 – Resposta da modelação numérica no ponto perto da base da torre para obtenção dos parâmetros mínimos do excitador de massas excêntricas .....	77
Fig. 4.14 - Resposta da modelação numérica no topo da torre para obtenção dos parâmetros máximos do excitador de massas excêntricas .....	78
Fig. 4.15 – Imagens do protótipo desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho .....	79
Fig. 4.16 – Esquemas do protótipo do excitador de massas excêntricas desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho.....	80
Fig. 5.1 – Fluxograma do funcionamento geral do <i>software</i> .....	84
Fig. 5.2 – Ecrã inicial do programa “UModal” .....	85
Fig. 5.3 – Toolbox Input-Output do “UModal” em funcionamento.....	86
Fig. 5.4 – Fluxograma explicando a sub-rotina da extração dos parâmetros dinâmicos.....	86
Fig. 5.3 – Características geométricas do modelo usado na validação do <i>software</i> .....	87
Fig. 5.4 – Sinais simulados da excitação para os três <i>setups</i> virtuais em relação aos três graus de liberdade .....	89

Fig. 5.5- – Sinais simulados da resposta para os três <i>setups</i> virtuais em relação aos três graus de liberdade.....	90
Fig. 5.6 – Comparação entre as funções Inertância estimadas.....	91
Fig. 5.7 – Gráfico da média das funções de resposta no domínio da frequência.....	92
Fig. 5.8- Representação gráfica dos 3 modos de vibração teóricos .....	93
Fig. 5.9 – Ruído branco Gaussiano incluído nos sinais .....	95
Fig. 5.10 – Comparação de um sinal de resposta com e sem ruído .....	96
Fig. 5.11 – Comparação entre as funções Inertância estimadas para os sinais com ruído.....	96
Fig. 5.12 – Média das funções de resposta no domínio da frequência .....	97
Fig. 6.1 – Desenho pormenor da secção da viga de betão armado de alta resistência pré-esforçada.....	102
Fig. 6.2 – Esquema ilustrativo do posicionamento dos sensores ao longo da viga .....	103
Fig. 6.3 – Esquema ilustrativo do posicionamento dos sensores colocados no <i>Setup</i> 1 .....	104
Fig. 6.4 – Esquema ilustrativo do posicionamento dos sensores colocados no <i>Setup</i> 2 .....	104
Fig. 6.5 – Fotografias ilustrativas do ensaio dinâmico e pormenor de fixação dos acelerómetros à viga .....	105
Fig. 6.6 – Séries temporais de acelerações adquiridas no ensaio de ruído ambiente.....	106
Fig. 6.7 – Espectro normalizado médio dos registos de acelerações verticais da viga do ensaio de ruído ambiente .....	106
Fig. 6.8 – Espectro normalizado médio dos registos de acelerações transversais da viga do ensaio de ruído ambiente .....	107
Fig. 6.9 – Média normalizada dos valores singulares para os dois “setups” do ensaio de ruído ambiente na viga.....	108
Fig. 6.10 – Imagem ilustrativa do processo de estimação do método <i>EFDD</i> aplicado como exemplo ao segundo pico selecionado.....	108
Fig. 6.11 – Diagrama de estabilização do método <i>SSI-CVA</i> do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente na viga .....	109
Fig. 6.12 – Séries temporais de acelerações adquiridas no ensaio com excitação artificial aleatória .....	111
Fig. 6.13 – Espectro normalizado médio dos registos de acelerações verticais da viga do ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória.....	112
Fig. 6.13 – Espectro normalizado médio dos registos de acelerações transversais da viga do ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória.....	112

Fig. 6.14 – Média normalizada dos valores singulares para os dois <i>setups</i> do ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória na viga .....	113
Fig. 6.15 – Diagrama de estabilização do método SSI-CVA do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória na viga.....	114
Fig. 6.16 – Modos de vibração obtidos através do método SSI-CVA do programa ARTeMIS .....	115
Fig. 6.17 – Comparação entre valores <i>MAC</i> .....	116
Fig. 6.18 – Comparação entre valores <i>MAC</i> .....	117
Fig. 6.19 – Valores singulares obtidos para o 1º <i>setup</i> do ensaio de impactos aleatórios através do <i>software</i> UModal.....	118
Fig. 6.20 – Processo de estimação do fator de amortecimento (método EFDD) .....	119
Figura 6.21 – Representação gráfica dos modos de vibração obtidos através do programa UModal do método EFDD resultantes do ensaio de impactos aleatórios na viga .....	120
Fig. 6.22 – Representação gráfica dos valores <i>MAC</i> entre os modos obtidos pelo método EFDD do <i>software</i> ARTeMIS e UModal para o ensaio de impactos aleatórios na viga de betão pré-esforçado .....	121
Fig. 6.23 – Esquema ilustrativos dos pontos onde foram feitos os impactos com o martelo de impulsos .....	122
Fig. 6.24 – Ensaio <i>input-output</i> na viga de betão armado pré-esforçado .....	123
Fig. 6.25 – Séries temporais das respostas medidas no ensaio <i>input-ouput</i> .....	124
Fig. 6.26 – Exemplo de uma função FRF do ensaio input-output na viga .....	124
Fig. 6.27 – Média normalizada das funções de resposta no domínio da frequência .....	125
Fig. 6.28 – Exemplificação do processo de estimação de amortecimento pelo método <i>Circle Fit</i> .....	126
Fig. 6.29 – Comparação entre valores <i>MAC</i> .....	128
Fig. 6.30 – Algumas imagens da Ponte de Paradela.....	130
Fig. 6.31 – Esquematização da malha de pontos medidos .....	131
Fig. 6.32 – Esquematização do posicionamento dos sensores nos vários <i>setups</i> .....	132
Fig. 6.33 – Ensaio de ruído ambiente na Ponte de Paradela.....	132
Fig. 6.34 – Vista geral da ponte com os equipamentos de medição fixos à estrutura.....	133
Fig. 6.35 – Séries temporais de acelerações adquiridas no ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela .....	133
Fig. 6.36 – Espectro normalizado médio dos registos de acelerações verticais da viga do ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela .....	134

Fig. 6.37 – Espectro normalizado médio dos registos de transversais da viga do ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela.....	134
Fig. 6.38 – Média normalizada dos valores singulares para os 4 <i>setups</i> do ensaio de ruído ambiente na Ponte de Paradela estimado pelo ARTeMIS .....	135
Fig. 6.39 - Diagrama de estabilização do método SSI-PC do programa ARTeMIS para o 4º <i>setup</i> do ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela .....	136
Fig. 6.40 - Diagrama de estabilização do método SSI-CVA do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela.....	137
Fig. 6.41 – Formas dos modos de vibração obtidos pelo método SSI-CVA resultantes do ensaio de ruído ambiente na Ponte de Paradela.....	138
Fig. 6.42 – Comparação entre valores <i>MAC</i> .....	139
Fig. 6.43 – Representação gráfica dos valores <i>MAC</i> entre modos obtidos pelo método SSI-CVA e <i>EFDD</i> para o ensaio de ruído ambiente .....	139
Fig. 6.44 – Valores singulares calculados através do <i>software</i> UModal para ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela .....	140
Fig. 6.45 – Representação gráfica dos modos de vibração obtidos através do programa UModal do método EFDD resultantes do ensaio de ruído ambiente na Ponte de Paradela .....	142
Fig. 6.45 – Comparação entre dos valores <i>MAC</i> .....	143
Fig. 6.46 – Ensaio com martelo de impulsos .....	143
Fig. 6.47 - Espectro de potência do sinal de excitação .....	144
Fig. 6.48 – Exemplo da resposta da ponte no acelerómetro de referência do nó 8 à ação exercida pelo martelo de impulsos, em ambas as direções medidas .....	144
Fig. 6.49 – Esquema dos nós e da direção onde foram aplicados os impulsos dados pelo martelo .....	145
Fig. 6.50 - Média normalizada das funções de resposta no domínio da frequência .....	145
Fig. 6.50 – Valores <i>MAC</i> .....	147



## Índice de tabelas

---

Tabela 3.1 – Comparação das características de vários tipos de excitadores.....	28
Tabela 3.2 – Principais métodos de identificação Input-Output e a sua classificação .....	42
Tabela 4.1 – Dois primeiros modos de vibração identificados experimentalmente da Torre de Mogadouro antes de ter sido requalificada .....	70
Tabela 4.2 – Obtenção de um módulo de elasticidade através da equação (4.2), para os dois modos experimentais.....	71
Tabela 4.3 – Propriedades do material usado no modelo numérico.....	71
Tabela 4.4 – Comparação dos valores das frequências naturais calculadas pela Solução analítica, método de Newmark, e Sap2000 e valores MAC entre os vários modelos.....	74
Tabela 4.5 – Características principais dos acelerómetros da marca <i>PCB Piezotronics</i> tipicamente usados na análise modal experimental .....	75
Tabela 4.6 – Relação entre aceleração de pico ao nível do solo com a escala modificada de Mercalli .....	76
Tabela 5.1 – Comparação entre os valores das frequências naturais teóricas e as obtidas pelo software por dois métodos (Amplitude de Pico e <i>Circle Fit</i> ) .....	92
Tabela 5.2 – Comparação entre os valores do amortecimento teóricos e os obtidos pelo software por dois métodos (Amplitude de Pico e <i>Circle Fit</i> ) .....	93
Tabela 5.3 – Comparação entre as configurações modais teóricas e as obtidas pelos métodos de Amplitude de Pico e <i>Circle Fit</i> .....	94
Tabela 5.4 – Erros das estimativas das configurações modais .....	94
Tabela 5.5 – Valores <i>MAC</i> entre os modos de vibração teóricos e os estimados pelos métodos de Amplitude de Pico e <i>Circle Fit</i> .....	94
Tabela 5.6 - Resultados da extração das frequências naturais dos sinais contaminados com ruído e os valores teóricos.....	98
Tabela 5.7 - Comparação entre os valores teóricos e os resultados obtidos para os sinais com presença de ruído.....	98
Tabela 5.8 - Resultados da extração das configurações modais.....	98

Tabela 5.9 – Erros das estimativas obtidas para as configurações modais .....	99
Tabela 5.10 – Valores <i>MAC</i> entre os modos teóricos e modos obtidos através dos dois métodos para os sinais contendo ruído .....	99
Tabela 6.1 – Resultados dos parâmetros dinâmicos obtidos experimentalmente por Fernandes (2005).....	102
Tabela 6.2 – Frequências e amortecimento estimados pelo método SSI-CVA do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente .....	110
Tabela 6.3 – Frequências e amortecimento estimados pelo método <i>EFDD</i> do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente .....	113
Tabela 6.4 – Frequências e amortecimento estimados pelo método SSI-CVA do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória.....	114
Tabela 6.5 – Resultados da estimação das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método <i>EFDD</i> do <i>software</i> UModal no ensaio de impactos aleatórios .....	119
Tabela 6.6 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois <i>softwares</i> utilizados	121
Tabela 6.7 – Resultados da estimação das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método de amplitude de pico .....	125
Tabela 6.8 – Resultados da estimação das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método <i>Circle Fit</i> .....	127
Tabela 6.9 – Resumo dos resultados da estimação das frequências naturais da viga.....	128
Tabela 6.10 – Resumos dos resultados da estimação do amortecimento da viga.....	129
Tabela 6.11 – Frequências e amortecimento estimados pelo método <i>EFDD</i> do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela.....	135
Tabela 6.12 – Frequências e amortecimento estimados pelo método SSI-PC do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela.....	136
Tabela 6.12 – Frequências e amortecimento estimados pelo método SSI-CVA do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela.....	137
Tabela 6.13 – Resultados da estimativa das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método <i>EFDD</i> do <i>software</i> UModal no ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela.....	141
Tabela 6.14 – Resultados da estimação das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método de amplitude de pico ( <i>Peak Picking</i> ) para o caso do ensaio <i>input-output</i> da Ponte de Paradela .....	146

Tabela 6.15 – Resultados da estimativa das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método <i>Circle Fit</i> para o caso do ensaio <i>input-output</i> da Ponte de Paradela.....	146
Tabela 6.16 – Resumo dos resultados obtidos para as frequências naturais da Ponte de Paradela.....	147
Tabela 6.17 – Resumo dos resultados obtidos para os fatores de amortecimento da Ponte de Paradela.....	148



# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Enquadramento

O tema da presente dissertação insere-se na área da dinâmica de estruturas, mais concretamente na dinâmica experimental. Com os ensaios experimentais pretende-se extrair os parâmetros dinâmicos fundamentais para conhecer a resposta dinâmica das estruturas. Este conhecimento é relevante para perceber como um sistema se comporta a solicitações externas, tais como a ação do vento, sismos, vibrações induzidas pelo tráfego. Nas grandes obras de engenharia civil, nomeadamente nas barragens, edifícios altos, pontes e estádios este estudo assume uma maior importância.

Hoje em dia, os engenheiros têm ao seu dispor ferramentas informáticas que conseguem modelar as estruturas com um grande rigor, tais como programas de modelação em elementos finitos. Contudo, e para estruturas mais complexas, em que existem grandes incertezas nos parâmetros necessários à caracterização dos modelos, existe a necessidade de haver uma complementaridade experimental para recolher informação, de modo a calibrar, modificar ou validar os modelos numéricos, caracterizar a interação solo-estrutura, ou a interação tráfego-estrutura.

Além das aplicações já referidas, os ensaios dinâmicos constituem um tipo de ensaio não destrutivo com grande fiabilidade e crescente utilização na verificação da integridade das construções. É possível fazer uma caracterização da evolução temporal da degradação estrutural, devido à relação existente entre a resposta dinâmica da estrutura (frequências) e a rigidez estrutural.

Pretende-se com esta dissertação dar um contributo para Universidade do Minho através da criação de um *software* de apoio aos ensaios dinâmicos.

## 1.2 Objetivos

Pretende-se com este trabalho apreender conhecimentos na área da dinâmica experimental, estudo dos métodos de identificação existentes e a sua aplicação prática.

Como **objetivo geral** pretende-se estudar a resposta dinâmica de estruturas sujeitas a excitações forçadas, desenvolvendo uma plataforma de ensaios dinâmicos facilmente transportável, englobando equipamento de excitação e um *software* de apoio para análise dos dados recolhidos experimentalmente.

Destacam-se ainda os seguintes **objetivos específicos** para esta dissertação:

- Recolha de informação sobre os métodos de identificação de sistemas e equipamentos envolvidos existentes;
- Em cooperação com o Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho desenvolver um equipamento para originar vibrações forçadas, sendo objeto de estudo deste trabalho, o dimensionamento dos parâmetros do excitador, de forma a se obter um equipamento prático e viável;
- Desenvolvimento de uma ferramenta informática com o desígnio do tratamento dos dados experimentais e extração dos parâmetros dinâmicos de estruturas;
- Aplicação da ferramenta informática a casos de estruturas reais, analisando os dados destes ensaios com auxílio de outros *softwares* existentes, permitindo desta forma validar o *software* desenvolvido;
- Criar um manual de utilizador do equipamento e *software* desenvolvido.

### 1.3 Estrutura da dissertação

A presente dissertação está estruturada em sete capítulos.

No **primeiro capítulo** apresenta-se uma breve introdução ao tema que será desenvolvido nesta dissertação, contemplando as motivações, objetivos, organização e estruturação do presente trabalho.

No **segundo capítulo** é feita uma abordagem teórica ao tema da dinâmica de estruturas, constituindo uma base para a compreensão dos conceitos fundamentais utilizados nos capítulos posteriores.

No **terceiro capítulo** são apresentados os métodos de identificação experimental contendo a descrição do equipamento usado nos ensaios dinâmicos, noções básicas de análise e processamento de sinais e ainda os resultados de uma pesquisa bibliográfica sobre os métodos *input-output* e *output-only*.

No **quarto capítulo** explora-se o desenvolvimento de um equipamento de excitação, apresentando os pressupostos utilizados para o seu dimensionamento, análise dos equipamentos já existentes, comparação com o modelo a desenvolver e a sua viabilidade. Apresenta-se também os resultados do desenvolvimento do excitador em cooperação com o Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho.

No **quinto capítulo** é abordado o desenvolvimento de um *software* com recurso à ferramenta informática Matlab e a sua validação através do estudo de um caso numérico simulando um ensaio dinâmico.

No **sexto capítulo** são abordados dois ensaios dinâmicos realizados no decorrer da dissertação em estruturas reais de engenharia civil. Com o objetivo de aplicar as técnicas estudadas, comparar os métodos tradicionais de análise modal experimental – os ensaios *input-output* e os ensaios de análise modal operacional *output-only* – e verificar a validade do software desenvolvido em situações reais.

No **último capítulo** pretende-se dar resposta aos objetivos idealizados para este tema, apresentando conclusões dos resultados obtidos e procurar apresentar ideias a desenvolver em futuros trabalhos.





## Capítulo 2

### DINÂMICA TEÓRICA DE ESTRUTURAS

#### 2.1 Introdução

Este capítulo pretende fazer uma breve introdução à teoria subjacente à dinâmica de estruturas, para um estudo mais aprofundado, recomenda-se a consulta da obra “*Dynamic of Structures*” de Chopra (1995).

#### 2.2 Formulação clássica

##### 2.2.1 Sistemas de um grau de liberdade

O sistema dinâmico mais simples é o sistema de um grau de liberdade, onde existe apenas movimento numa direção. É constituído por um elemento onde está concentrada a massa total do sistema  $m$ , e dois elementos com massa desprezável, um que dá rigidez  $k$ , e outro que dá amortecimento  $c$ , que dissipa a energia do sistema (ver fig. 2.1).

Esta idealização de um sistema dinâmico é apenas válida em situações específicas. Uma estrutura constituída por uma laje, vigas e pilares, pode ser idealizada desta maneira, caso a massa esteja concentrada na zona da laje, a rigidez nos pilares e nas vigas e o amortecimento na dissipação da energia por forma de efeitos térmicos, que ocorrem devido a atritos internos nos vários elementos.

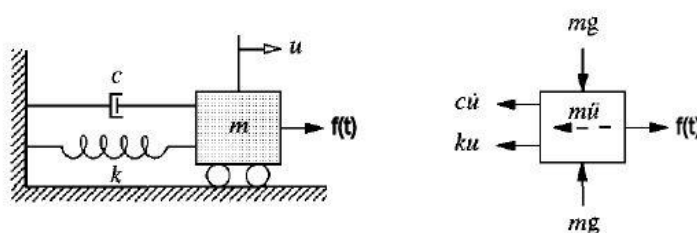


Fig. 2.1 – Representação de um sistema de 1 grau de liberdade (Adaptado de Chopra, 1995)

Das equações da Física Clássica, nomeadamente através da segunda lei de Newton e do princípio de Alembert, pode-se escrever a seguinte equação diferencial de equilíbrio dinâmico de forças, admitindo um sistema linear elástico, e um amortecimento viscoso:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = f(t) \quad (2.1)$$

Onde  $u(t)$  é a função que descreve o deslocamento ao longo do tempo e na direção do movimento do sistema,  $\dot{u}(t)$  e  $\ddot{u}(t)$ , as respectivas derivadas em ordem ao tempo,  $f(t)$  a função que descreve a força exterior aplicada ao sistema.

a) Vibração livre sem amortecimento

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (2.2)$$

A equação (2.2) é um caso particular da equação (2.1), quando não existem forças a atuarem num sistema não amortecido. Sendo a equação (2.2), uma equação diferencial linear homogénea de segunda ordem de coeficientes constantes e admitindo que a massa e a rigidez são constantes, a solução geral é do tipo:

$$u(t) = e^{st} \quad (2.3)$$

Substituindo (2.3) na equação (2.2) obtém-se a equação (2.4).

$$(ms^2 + k)e^{st} = 0 \quad (2.4)$$

Dado que  $e^{st} \neq 0$  para todo  $t$  real, obtém-se a equação característica da equação (2.2) em (2.5).

$$(ms^2 + k) = 0 \quad (2.5)$$

Em (2.6) obtém-se as raízes complexas da equação característica (2.5).

$$s_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-k}{m}} = \pm i\omega_n \quad (2.6)$$

A solução geral da equação (2.2) é, então, dada em (2.7).

$$u(t) = A_1 e^{i\omega_n t} + A_2 e^{-i\omega_n t} \quad (2.7)$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x \quad (2.8)$$

A partir da equação de Euler descrita em (2.8) é possível expressar a solução geral (2.7) em termos de funções trigonométricas (2.9).

$$u(t) = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t) \quad (2.9)$$

$$\dot{u}(t) = -\omega_n A \sin(\omega_n t) + \omega_n B \cos(\omega_n t) \quad (2.10)$$

Da equação (2.9) e da sua respetiva derivada em ordem ao tempo (2.10) e considerando as condições iniciais deduz-se que  $u(0) = A$  e  $\dot{u}(0) = \omega_n B$ , pelo que a equação (2.9) toma a forma (2.11), em que  $\omega_n = \sqrt{k/m}$ , é a frequência natural do sistema, e é expressa, convencionalmente, em radianos/segundo.

$$u(t) = u(0) \cos(\omega_n t) + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin(\omega_n t) \quad (2.11)$$

A representação gráfica da equação (2.11) encontra-se apresentada na Fig. 2.2.

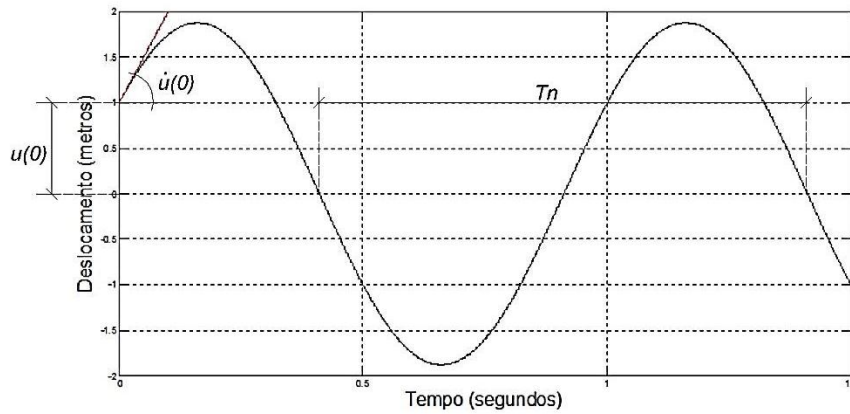


Fig. 2.2 – Representação gráfica da equação (2.11) com  $u(0) = 1 \text{ m}$ ,  $\dot{u}(0) = 10 \text{ m/s}$ ,  $\omega_n = 2\pi \text{ rad/s}$

Este tipo de movimento é periódico ao longo do tempo, e ao tempo que o sistema demora a completar um ciclo de vibração não amortecida é chamado de período natural do sistema, dado por:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \text{ [s]} \quad (2.12)$$

O inverso do período é a frequência, dada em ciclos por segundo ou Hertz (Hz) (2.13).

$$f_n = \frac{1}{T_n} = \frac{\omega_n}{2\pi} \text{ [Hz]} \quad (2.13)$$

b) Vibração livre com amortecimento

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (2.14)$$

A vibração livre com amortecimento introduz na equação o termo da força de amortecimento, neste caso amortecimento viscoso, que se caracteriza por ser proporcional à velocidade do sistema.

A solução da equação (2.14) é obtida de forma idêntica à apresentada para a vibração livre sem amortecimento.

A equação característica é apresentada em (2.15) após a divisão de todos os termos da equação por  $2m$ , obtendo-se, posteriormente, em (2.16) as suas raízes, obtidas através da fórmula resolvente de polinómios de segundo grau.

$$\frac{1}{2}s^2 + \frac{c}{2m}s + \frac{1}{2}\omega_n^2 = 0 \quad (2.15)$$

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega_n^2} \quad (2.16)$$

Da equação (2.16), salientam-se três possíveis casos dependendo do resultado do radicando. Se o radicando for menor que zero, origina duas raízes complexas conjugadas, o que corresponde a uma situação em que existe oscilação. Contudo é amortecida, e o sistema diz-se sub-amortecido. Quando o radicando é maior do que zero, as raízes são reais e distintas. Neste caso, o sistema retorna à posição de equilíbrio sem haver oscilação (sistemas sobre-amortecidos). A situação limite é quando o radicando é igual a zero (2.17), originando raízes reais repetidas. O sistema comporta-se de maneira semelhante ao anterior, voltando à posição de equilíbrio e sem oscilar, designam-se por sistemas criticamente amortecidos. O amortecimento que origina esta situação designa-se por amortecimento crítico ( $c_{cr}$ ).

$$\left(\frac{c_{cr}}{2m}\right)^2 - \omega_n^2 = 0 \leftrightarrow c_{cr} = 2m \omega_n \quad (2.17)$$

O coeficiente de amortecimento de um sistema, representado por  $\xi$ , é dado pela razão entre amortecimento do sistema e o amortecimento crítico (2.17).

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m \omega_n} [\%] \quad (2.18)$$

Tendo em consideração as equação (2.16) e (2.18), pode-se escrever as raízes da equação característica sobre a forma descrita em (2.19).

$$s_{1,2} = -\xi \omega_n \pm \sqrt{(\xi \omega_n)^2 - \omega_n^2} = -\xi \omega_n \pm \sqrt{(\xi^2 - 1)} \omega_n \quad (2.19)$$

Nas estruturas de engenharia civil são, em geral, estruturas com amortecimento muito inferior ao crítico, com coeficientes de amortecimento abaixo dos 10% (Chopra,1995).

Se  $\xi < 1$ , a equação (2.19) passa para (2.20), em que  $\omega_D = \sqrt{(1-\xi^2)} \omega_n$  e é denominada de frequência angular amortecida do sistema.

$$s_{1,2} = -\xi \omega_n \pm i\sqrt{(1-\xi^2)} \omega_n = -\xi \omega_n \pm i\omega_D \quad (2.20)$$

A solução da equação (2.14) para  $\xi < 1$  é obtida em (2.21), depois de considerar as condições iniciais.

$$u(t) = e^{-\xi \omega_n t} (u(0) \cos(\omega_D t) + \frac{\dot{u}(0) + \xi \omega_n u(0)}{\omega_D} \sin(\omega_D t)) \quad (2.21)$$

Tal solução é apresentada na Fig.2.3.

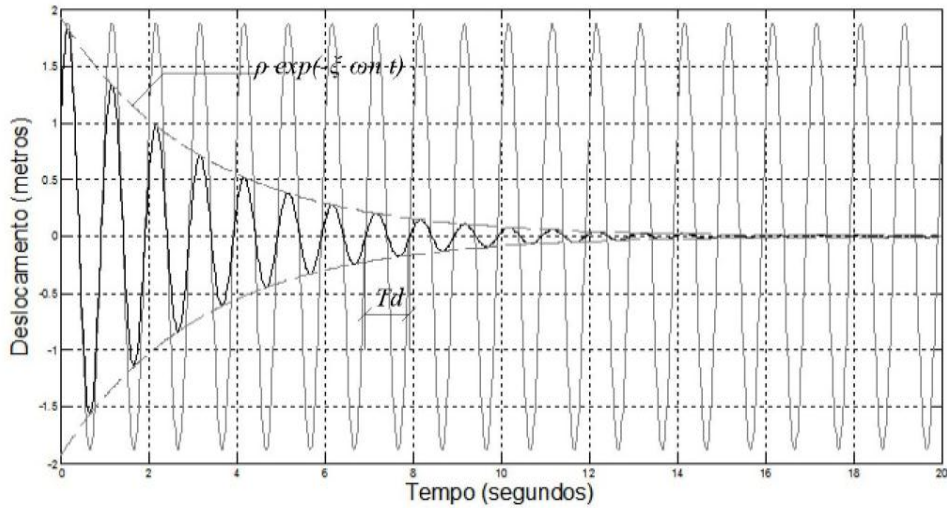


Fig 2.3 – Representação gráfica da equação (2.20) com  $u(0) = 1 \text{ m}$ ,  $\dot{u}(0) = 10 \text{ m/s}$ ,  $\omega_n = 2\pi \text{ rad/s}$  e  $\xi = 5\%$

Tal como se pode visualizar na Figura 2.3, o efeito do amortecimento manifesta-se numa redução da amplitude da vibração, exponencial no caso de amortecimento viscoso, e na diminuição da frequência angular e consequente aumento do período. Contudo, estes dois últimos efeitos referidos, podem ser menosprezados para taxas de amortecimento inferiores a 20%.

As linhas a tracejado da Figura 2.3 referem-se à envolvente da amplitude da onda amortecida e são dadas pela expressão (2.22).

$$\pm \rho e^{-\xi \omega_n t}; \rho = \sqrt{u(0)^2 + \left( \frac{\dot{u}(0) + \xi \omega_n u(0)}{\omega_D} \right)^2} \quad (2.22)$$

O período amortecido do sistema é dado pela fórmula (2.23).

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{T_n}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (2.23)$$

### c) Vibração devido a excitações harmónicas

Este terceiro caso refere-se a um sistema dinâmico amortecido, ao qual lhe é aplicada uma força exterior do tipo harmónico, ver equação (2.23).

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p_0 \sin \bar{\omega}t \quad (2.24)$$

A equação (2.23) é uma equação diferencial linear não-homogénea, pelo que a solução é dada pela soma da solução particular e a solução complementar, esta última obtida através da equação homogénea associada, que não é mais do que (2.14) e respetiva solução (2.21), referidas anteriormente.

A solução particular, obtida por exemplo através do método dos coeficiente indeterminados é dada em (2.25).

$$u_p(t) = C \sin \bar{\omega}t + D \cos \bar{\omega}t \quad (2.25)$$

Os coeficientes  $C$  e  $D$  de (2.25) são obtidos após a substituição da solução particular (2.25) e respetivas derivadas em (2.24), obtendo-se (2.26), em que  $r = \frac{\bar{\omega}}{\omega_n}$ .

$$C = \frac{p_0}{k} \frac{1-r^2}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}; D = \frac{p_0}{k} \frac{-2\xi r}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2} \quad (2.26)$$

A solução geral é dada em (2.27), através da soma entre (2.21) e (2.25).

$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \cos(\omega_D t) + B \sin(\omega_D t)) + C \sin \bar{\omega}t + D \cos \bar{\omega}t \quad (2.27)$$

Através da equação (2.26) e (2.27), e às condições iniciais é possível obter as constantes  $A$  e  $B$  (2.28).

$$A = u(0) + 2\xi r \frac{p_0}{k} \frac{1}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2};$$

$$B = \frac{\dot{u}(0) + u(0)\xi\omega_n}{\omega_D} + (2\xi^2 + r^2 - 1) \frac{r}{\sqrt{1-\xi^2}} \frac{p_0}{k} \frac{1}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2} \quad (2.28)$$

A equação (2.27) pode-se dividir numa parte transiente, correspondente à primeira parcela que acaba por desaparecer devido ao efeito do amortecimento, e a parcela estacionária que correspondente à resposta forçada do sistema.

A parte estacionária da equação pode ser reescrita de uma forma mais simples (2.29).

$$u(t) = u_0 \sin(\bar{\omega}t - \phi) \quad (2.29)$$

Em que,  $u_0$ , neste caso, é a amplitude da resposta estacionária, e  $\phi$  é denominado de ângulo de fase (2.30). A amplitude pode ser vista como o produto do deslocamento estático inicial  $\frac{p_0}{k}$  pelo fator de amplificação dinâmica  $R_D$ .

$$u_0 = \sqrt{C^2 + D^2} = \frac{p_0}{k} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = \frac{p_0}{k} R_D \quad (2.30)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(-\frac{D}{C}\right) = \tan^{-1} \frac{2\xi r}{1-r^2}$$

Na figura 2.4 apresenta-se a variação do fator de amplificação dinâmica e do ângulo de fase ao longo da frequência (normalizada para a frequência natural), para vários fatores de amortecimento. É possível identificar o fenômeno de ressonância, quando o fator de amplificação dinâmica é máximo, que acontece, dependendo do fator de amortecimento, quando a frequência da excitação se aproxima da frequência natural do sistema, que ao acontecer origina uma amplificação da oscilação, muito superior ao caso estático.

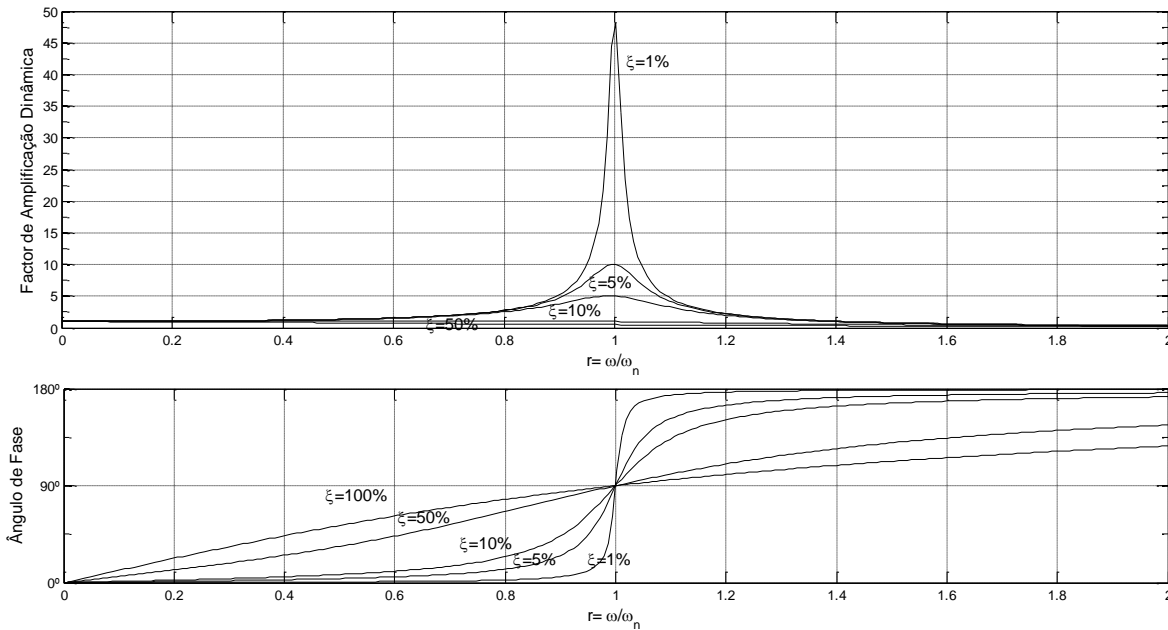


Fig. 2.4 – Fator de amplificação dinâmica e ângulo de fase vs. Frequência para um sistema amortecido excitado harmonicamente



### Alternativas à solução analítica

Para além das soluções analíticas apresentadas anteriormente, existem outras formas de resolver a equação diferencial (2.1).

#### Integral de Duhamel

O método do integral de Duhamel consiste em dividir a força em impulsos infinitesimais, sendo a resposta dada através da soma das respostas diferenciais, apenas aplicável a sistemas lineares.

$$du(t) = (p(\tau)d\tau)h(t - \tau) , t > \tau \quad (2.31)$$

Em (2.31) está descrita a resposta diferencial de um impulso infinitesimal centrado a  $t=\tau$ , de magnitude  $(p(\tau)d\tau)$ , sendo  $h(t - \tau)$ , a função de resposta a um impulso unitário.

Integrando em ambos os lados, obtém-se o integral de Duhamel, a resposta total no tempo  $t$  (2.32).

$$u(t) = \int_0^t (p(\tau)d\tau)h(t - \tau) , t > \tau \quad (2.32)$$

Admitindo que  $u(0) = 0$  e  $\dot{u}(0) = 0$ , um impulso unitário de duração infinitesimal, aplicado em  $t = \tau$ , transmite à massa a seguinte velocidade:

$$\dot{u}(\tau) = \frac{1}{m} \quad (2.33)$$

Sendo o deslocamento  $u(\tau) = 0$ , para um sistema com amortecimento viscoso, atendendo a (2.33) e (2.21), a função de resposta ao impulso unitário é apresentada em (2.34).

$$h(t - \tau) = \frac{1}{m\omega_D} e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin(\omega_D(t - \tau)) , t \geq \tau \quad (2.34)$$

A resposta a uma força arbitrária num sistema com amortecimento é dada em (2.35).

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t p(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin(\omega_D(t-\tau)) d\tau, t > \tau \quad (2.35)$$

### Funções de resposta no domínio da frequência (FRFs)

Outra alternativa para resolver as equações diferenciais lineares corresponde ao uso da transformada de Laplace, que transforma equações no domínio do tempo para o domínio  $s$ . A transformada de Fourier (equação 2.36) é equivalente a esta, transformando uma equação do domínio do tempo para o domínio da frequência.

#### *Transformada de Fourier*

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.36)$$

Aplicando a transformada de Fourier a ambos os membros da equação do movimento (2.1) obtêm-se:

$$(i\omega)^2 mX(\omega) + (i\omega)^1 cX(\omega) + k(i\omega)^0 X(\omega) = F(\omega)$$

$$\Leftrightarrow -m\omega^2 X(\omega) + ci\omega X(\omega) + kX(\omega) = F(\omega)$$

$$X(\omega) = \frac{F(\omega)}{k - \omega^2 m + i\omega c} = \alpha(\omega) F(\omega)$$

$$\frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \alpha(\omega) = \frac{1}{k - \omega^2 m + i\omega c} \quad (2.37)$$

A função  $\alpha(\omega)$ , descrita na equação (2.37), corresponde à Receptância, função de resposta em termos de frequência, para um sistema de um grau de liberdade com um amortecimento do tipo viscoso. A Receptância, corresponde ao quociente entre o espectro de resposta ou saída,  $X(\omega)$ , em termos de deslocamentos e o espectro de entrada ou das forças externas aplicadas,  $F(\omega)$ , e portanto é uma função que descreve as características e propriedades intrínsecas do sistema. É uma função complexa que contém informação sobre magnitude e ângulo de fase.

Na equação (2.38) descreve-se o número complexo  $z$  em coordenadas cartesianas, coordenadas polares (sendo  $r$  a amplitude e  $\phi$  o ângulo de fase) e sob a forma de uma exponencial complexa.

$$z = x + yi = r(\cos \phi + i \sin \phi) = re^{i\phi} \quad (2.38)$$

, em que,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ , e  $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

Existem várias formas de representar a função resposta em frequência, dependendo das dimensões usadas para a sua representação: a parte imaginária, parte real, a sua magnitude ou o ângulo de fase. A representação de Nyquist (Fig.2.6), onde graficamente mostra a parte real versus parte imaginária, tem a propriedade de, em algumas situações, se assemelhar a um círculo. Esta propriedade é explorada em algumas técnicas de extração de parâmetros modais, que posteriormente serão revistas em capítulos posteriores.

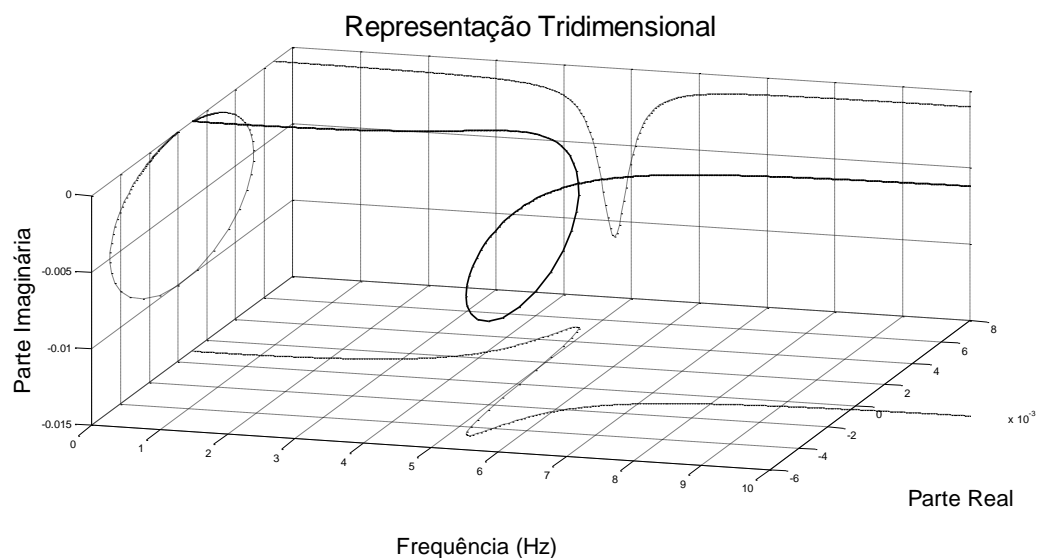
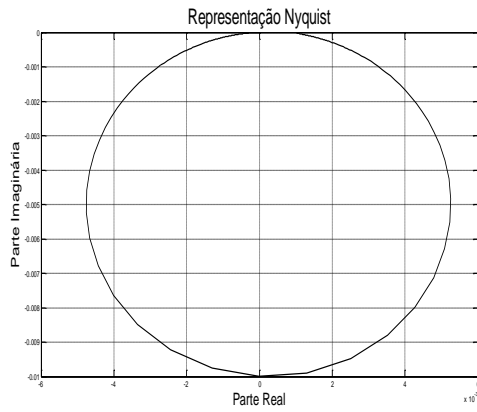
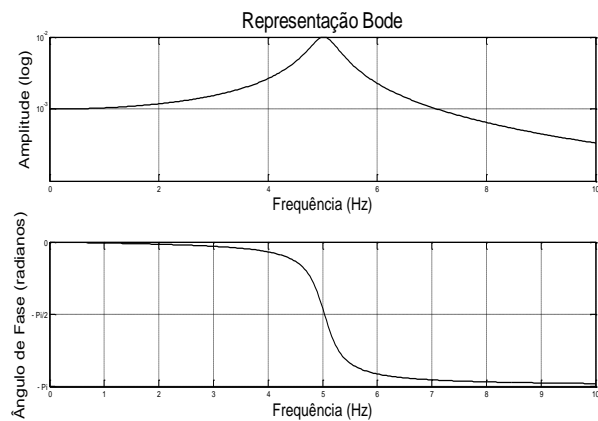


Fig. 2.5 – Representação tridimensional da função de resposta em frequência de um sistema de 1 grau de liberdade



a) Representação Nyquist

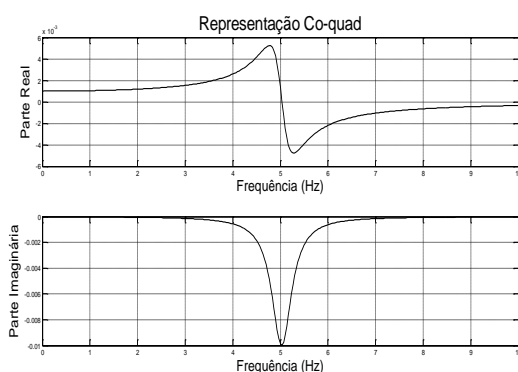


b) Representação Bode

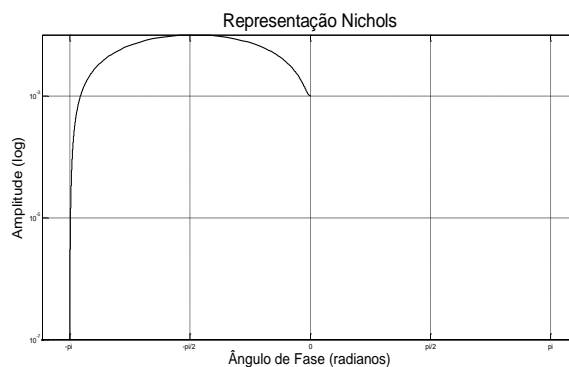
Fig. 2.6 – Representações de funções de resposta no domínio da frequência

Geralmente, a representação Bode, constituída por dois gráficos, um em que expõem a amplitude da *FRF* versus Frequência, e outro onde é apresentado o ângulo de fase ao longo da frequência, é correntemente usada para representar a *FRF*, dado que os picos da amplitude corresponderem as ressonâncias do sistema, evidenciando as propriedades do sistema dinâmico.

Na Fig. 2.7, acrescentam-se duas outras alternativas de representação das *FRF*, a representação Co-quad, apresentado a parte real e a parte imaginária ao longo da Frequência e a representação de Nichols, onde é apresentada a amplitude da *FRF* versus o ângulo de fase.



a) Representação Co-quad



b) Representação Nichols

Fig. 2.7 – Representações alternativas de funções de resposta no domínio da frequência

Alternativamente à função descrita na expressão (2.37), a função de resposta em termos de frequência para um amortecimento viscoso, pode tomar outras formas, trocando o deslocamento pela velocidade, ou pela aceleração.

$$\frac{\dot{X}(\omega)}{F(\omega)} = Y(\omega) = \frac{i\omega}{k - \omega^2 m + i\omega c} \quad (2.39)$$

$$\frac{\ddot{X}(\omega)}{F(\omega)} = A(\omega) = \frac{-\omega^2}{k - \omega^2 m + i\omega c} \quad (2.40)$$

Na expressão (2.39), é apresentado o quociente entre o espectro de respostas em termos de velocidade pelo espectro de forças exteriores, e daí resulta a função Mobilidade. Por outro lado, na equação (2.40) apresenta-se a função Inertância.

#### Amortecimento estrutural ou histerético

Até ao momento apenas se deu relevância ao amortecimento viscoso, que é um tipo de amortecimento de fácil interpretação, devido à analogia com os amortecedores dos automóveis, em que o amortecimento é proporcional à velocidade. Contudo, para estruturas com vários graus de liberdade, o amortecimento viscoso não é o mais representativo das propriedades do sistema. Para estes casos, existe um modelo teórico alternativo, o amortecimento histerético ( $d$ ), que se distingue do viscoso, por ter um coeficiente de amortecimento que varia a frequência numa relação inversa. Para este tipo de amortecimento existe um coeficiente de amortecimento equivalente ( $c_e$ ) entre os dois modelos dado pela expressão (2.41). A explicação teórica encontra-se explicada de uma forma mais detalhada na obra de Ewins (2000).

$$c_e = \frac{d}{\omega} \quad (2.41)$$

A Receptância dada na expressão (2.37), para o amortecimento histerético é expressa como se encontra na equação (2.42).

$$\frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \alpha(\omega) = \frac{1}{k - \omega^2 m + id} \quad (2.42)$$

ou alternativamente:

$$\frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \alpha(\omega) = \frac{1/k}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + i\eta} \quad (2.43)$$

sendo  $\eta$ , denominado de fator de perda do amortecimento estrutural, equivalente ao coeficiente de amortecimento,  $\xi$ . Podendo ser definida uma equivalência entre estes dois fatores/coeficientes perto da ressonância por  $\eta = 2\xi_e$ .

### 2.2.2 Sistemas com múltiplos graus de liberdade

A maior parte das estruturas não pode ser reduzida a 1 grau de liberdade. Contudo, a equação que rege os sistemas de 1 grau de liberdade pode ser utilizada para múltiplos graus de liberdade transformando-se num sistema de  $n$  equações diferenciais acopladas (equação 2.44), associadas a  $n$  graus de liberdade.

$$[m]\{\ddot{u}(t)\} + [c]\{\dot{u}(t)\} + [k]\{u(t)\} = \{P(t)\} \quad (2.44)$$

#### Formulação Modal

O sistema de equações apresentado em (2.44) é de difícil resolução e compreensão, pelo que normalmente se opta por fazer uma mudança de variáveis, com uma passagem de coordenadas espaciais para coordenadas modais, tal como se apresenta na equação (2.45).

$$u(t) = \sum_{m=1}^N \phi_m q_m(t) \quad (2.45)$$

A equação (2.45) descreve as coordenadas espaciais como uma sobreposição das contribuições de cada modo de vibração, em que  $\phi_n$  é uma das componentes do modo de vibração  $n$ , e  $q_n(t)$  corresponde ao valor da amplitude modal.

Através da substituição da equação (2.45) na equação (2.44) obtêm-se a equação (2.46).

$$\sum_{m=1}^N m\phi_m \ddot{q}_m(t) + \sum_{m=1}^N c\phi_m \dot{q}_m(t) + \sum_{m=1}^N k\phi_m q_m(t) = p(t) \quad (2.46)$$

A expressão (2.47) surge através da multiplicação de ambos os termos por  $\phi_n^T$ , e atendendo às condições de ortogonalidade entre os diferentes modos de vibração ( $\phi_n^T m \phi_m = 0$ ;  $\phi_n^T k \phi_m = 0$ ;  $\phi_n^T c \phi_m = 0$ , se  $n \neq m$ ), a equação (2.47) transforma-se na equação (2.48).

$$\sum_{m=1}^N \phi_n^T m \phi_m \ddot{q}_m(t) + \sum_{m=1}^N \phi_n^T c \phi_m \dot{q}_m(t) + \sum_{m=1}^N \phi_n^T k \phi_m q_m(t) = \phi_n^T p(t) \quad (2.47)$$

$$M_n \ddot{q}(t) + C_n \dot{q}(t) + K_n q(t) = P_n(t), \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (2.48)$$

Onde,

$M_n = \phi_n^T m \phi_n$ , corresponde à massa modal

$C_n = \phi_n^T c \phi_n$ , é o amortecimento modal

$K_n = \phi_n^T k \phi_n$ , é a rigidez modal

Através da mudança de variáveis, chegamos à equação (2.48), que não é mais do que a equação de um sistema de 1 grau de liberdade, ou seja passamos de um sistema de equações acopladas em (2.44) para um sistema de equações semelhantes a 1 grau de liberdade associadas a cada modo.

À semelhança dos sistemas de 1 grau de liberdade pode-se aplicar a transformada de Fourier a ambos os membros da equação (2.48) e atendendo a que  $\omega_n = \sqrt{K_n/M_n}$  e  $\xi_n = C_n/2M_n\omega_n$ , obtém-se a equação (2.49).

$$H_k^q(\omega) = \frac{1}{-M_n \omega^2 + C_n j \omega + K_n} = \frac{1/M_n}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi_n \omega_n \omega)} \quad (2.49)$$

A matriz das funções resposta em termos de frequência é obtida através da transformação das coordenadas para coordenadas gerais, obtendo-se (2.50).

$$[H(\omega)] = \sum_{n=1}^N \underline{\phi}_n H_k^q(\omega) \underline{\phi}_n^T = \sum_{n=1}^N \frac{\underline{\phi}_n \cdot \underline{\phi}_n^T}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi_n \omega_n \omega)} \quad (2.50)$$

Cada termo da matriz  $[H(\omega)]$  é dado em (2.51).

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{n=1}^N \frac{(\phi_i)_n \cdot (\phi_j)_n}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi_n \omega_n \omega)} \quad (2.51)$$

Na Fig.2.7 representa-se um exemplo da representação gráfica de um termo Função de Resposta em frequência de um sistema de 3 graus de liberdade, e a contribuição de cada modo de vibração para a mesma.

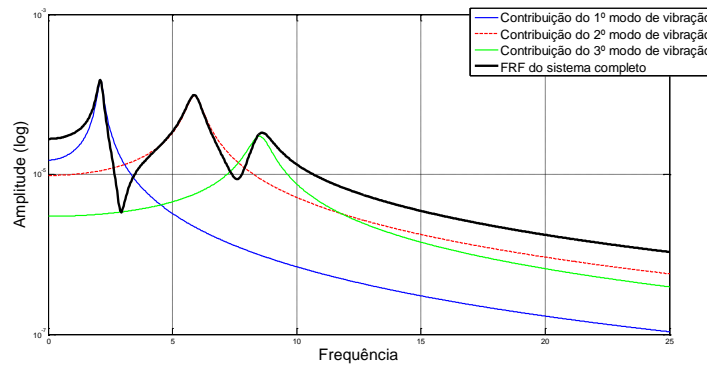


Fig. 2.7 – Exemplo da representação gráfica de uma FRF de um sistema de 3 graus de liberdade, evidenciando a contribuição individual de cada modo de vibração.

A formulação modal apresentada até aqui tem uma limitação que lhe impede de ser aplicada a todos os casos, pois ela é apenas aplicável quando o amortecimento é proporcional à matriz de massa e matriz de rigidez do sistema. Para outros casos, existe uma formulação mais geral que pode ser utilizada, a formulação de estado.

### Formulação de Estado

A formulação de estado é uma formulação mais geral, que permite resolver a equação (2.44), quando o amortecimento não é proporcional à matriz de massa e de rigidez. À imagem da formulação modal, a formulação de estado usa também uma mudança de variável, descrita na equação (2.52).

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{Bmatrix} \quad (2.52)$$

A mudança de variável introduz o vetor  $x(t)$ , chamado de vetor de estado e constituído pelos deslocamentos  $q(t)$  e velocidades  $\dot{q}(t)$ , transformando o sistema de equações diferenciais de 2ª ordem acopladas em (2.44), num sistema de equações de 1º ordem (2.53).



$$\begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \cdot \{\dot{x}(t)\} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} \cdot \{x(t)\} = \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \{u(t)\}, \quad (2.53)$$

onde  $M$ ,  $K$  e  $C$ , são as matrizes de massa, de rigidez e amortecimento, respetivamente,  $\{x(t)\}$  e  $\{\dot{x}(t)\}$ , o vetor de estado e a sua derivada;  $\{u(t)\}$  corresponde ao vetor de entrada, e  $B_2$  é uma matriz apenas com zeros (0) ou uns (1), especificando os graus de liberdade onde estão aplicadas as entradas.

Após manipulações de matrizes, a partir de (2.53) pode-se chegar a equação (2.54), que é a chamada **equação de estado**.

$$\dot{x}(t) = A_c \cdot x(t) + B_c \cdot u(t) \quad (2.54)$$

Em que as matrizes  $A_c$  e  $B_c$  (matriz de estado e matriz de entrada, respetivamente), desta equação (2.54), são dadas na expressão (2.55).

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \cdot B_2 \end{bmatrix}$$

### Equação de Observação

A equação de observação introduz no modelo o vetor das resposta medidas do sistema,  $y(t)$ , em termos de deslocamentos, velocidades ou de acelerações.

$$y(t) = C_a \cdot \ddot{q}(t) + C_v \cdot \dot{q}(t) + C_d \cdot q(t) \quad (2.56)$$

Na expressão (2.56) está traduzida a equação de observação, onde  $q(t)$ ,  $\dot{q}(t)$  e  $\ddot{q}(t)$ , representam os deslocamentos, velocidades e acelerações, respetivamente, e  $C_d$ ,  $C_v$  e  $C_a$  são matrizes de localização das respostas observadas. Atendendo a expressão (2.44) e (2.54), a equação (2.56) é transformada na equação (2.57),

$$y(t) = C_c \cdot x(t) + D_c \cdot u(t) \quad (2.57)$$

onde,  $C_c$ , matriz de resposta, e  $D_c$ , matriz de transmissibilidade direta, são definidas em (2.58).

$$C_c = [C_d - C_a \cdot M^{-1} \cdot K \quad C_v - C_d \cdot M^{-1} \cdot C] \quad (2.58)$$

$$D_c = [C_a \cdot M^{-1} \cdot B_2]$$

O modelo de estado, então, resume-se a equação de estado (2.54) e à equação de observação (2.57). Este modelo relaciona as respostas medidas do sistema com as excitações a que o sistema está submetido. O modelo aqui apresentado constitui um modelo contínuo. De salientar que também existe um modelo discreto, que relaciona as entradas e saídas de um sistema em cada instante do tempo discreto.

Através da forma homogênea da equação (2.53) é possível escrever um problema de valores e vetores próprios, dado em (2.59).

$$A_c \cdot \Psi \cdot \Lambda_c + B_c \cdot \Psi = 0 \quad (2.59)$$

Em que  $\Lambda_c$ , é uma matriz quadrada de dimensão  $2n$ , que contém os valores próprios complexos, e  $\Psi$  é uma matriz que contém  $2n$  vetores próprios complexos, apresentados em (2.60).

$$\Lambda_c = \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda^* \end{bmatrix}, \Psi = \begin{bmatrix} \Theta & \Theta^* \\ \Theta \cdot \Lambda & \Theta^* \cdot \Lambda^* \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_k & \\ & & \ddots \end{bmatrix}, \Theta = [\dots \quad \varphi_k \quad \dots]_{k=1, \dots, n}$$

As matrizes  $\Lambda$  e  $\Theta$  não são mais do que os valores próprios e vectores próprios da equação original (2.44). O subscrito \* refere-se ao complexo conjugado.

Os valores próprios,  $\lambda_k$ , relacionam-se com o coeficiente de amortecimento modal  $\xi$  e com as frequências naturais do sistema não amortecido  $\omega$ , como é descrito na equação (2.61).

$$\lambda_k = -\xi_k \cdot \omega_k + j \cdot \sqrt{1 - \xi_k^2} \cdot \omega_k \quad (2.61)$$

## Capítulo 3

### MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

Após uma breve introdução aos conceitos teóricos da dinâmica no capítulo anterior, abordar-se-á, neste capítulo, a parte mais experimental. A identificação experimental para obtenção de parâmetros dinâmicos terá despoletado em meados de 1960, e está fortemente ligada à engenharia mecânica e aeroespacial.

A análise modal experimental é o nome atual dado à abordagem tradicional dos ensaios dinâmicos, que também já foram chamados de ensaios de vibração forçada, e envolve uma caracterização tanto da excitação, dos *inputs*, e das respostas, *outputs* do sistema. Por isso, este tipo de ensaios envolve o uso de uma excitação artificial que possa ser controlada e medida.

Mais recentemente, outro ramo de ensaios dinâmicos emergiu, os ensaios de vibração ambiente, ensaios que apenas medem a resposta da estrutura, admitindo que a excitação é um ruído branco, o que significa dizer, que não distorce o conteúdo espectral das respostas. Este tipo de ensaios conta com a vantagem de não se ter de usar equipamentos de excitação, que no caso de estruturas de engenharia civil têm de ser de grande porte. Contudo, este tipo de ensaios é menos informativo das características da estrutura, que, por não quantificar e caracterizar a excitação, não permite obter modos de vibração escalados, em relação à matriz de massa.

Neste capítulo abordar-se-á os procedimentos de ensaio e métodos de identificação, tanto para os ensaios forçados, como para ensaios de ruído ambiente.

Porém, antes de entrar em detalhe acerca das técnicas experimentais, torna-se necessário descrever os equipamentos e o processo de recolha e tratamento da informação.

### 3.1 Equipamento e noções básicas de análise e processamento de sinais

Os equipamentos necessários podem-se dividir em três grupos principais:

- Mecanismos de excitação;
- Sensores;
- Sistemas de aquisição de dados.

#### 3.1.1 Mecanismos de excitação

Existem vários mecanismos para excitar estruturas, variando entre elas o tipo e amplitude do sinal de excitação.

Considerando a teoria linear, i.e., que a resposta é proporcional à excitação de entrada, em termos teóricos, qualquer forma de excitação poderia ser usado. Contudo, existem vantagens e desvantagens no uso de certos sinais, tanto em termos de erros durante o processamento dos dados, como também das vantagens de alguns tipos de sinais na avaliação de comportamentos não-lineares (Caetano, 1992).

##### 3.1.1.1 Tipos de sinais de excitação

Antes de abordar a temática dos equipamentos de excitação é necessário explicar os diferentes tipos de sinais dinâmicos existentes, tal como é esquematizado na Figura 3.1.

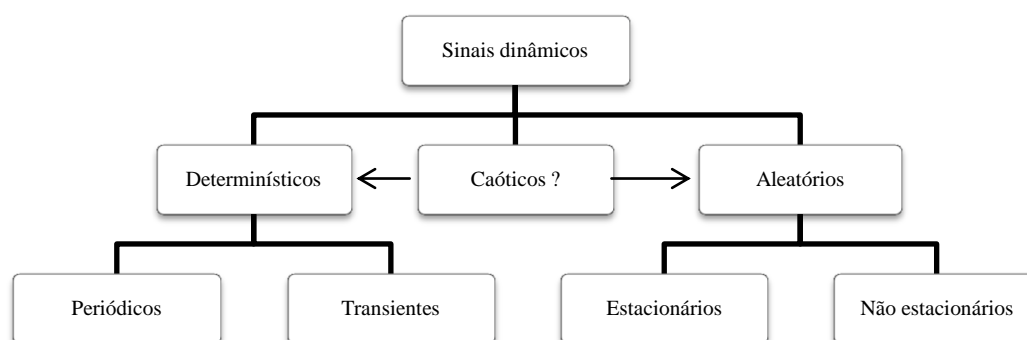


Fig. 3.1 – Classificação dos sinais dinâmicos (adaptado de McConnell, 1995)

Geralmente os sinais podem ser classificados como determinísticos ou aleatórios (não periódicos). Contudo, atualmente sabe-se que muitos sinais aparentemente aleatórios são controlados por processos determinísticos, tais como os sinais caóticos. Dentro dos sinais

determinísticos existem os sinais periódicos, que se repetem no tempo ao final de um determinado período, e os transientes, sinais de breve duração com grande intensidade. Os sinais podem também ser classificados como estacionários ou não estacionários, dependendo de serem descritos como parâmetros dependentes ou não do tempo (McConnell, 1995).

i) Excitação não periódica ou aleatória

Caracterizam-se por serem constituídos por muitas frequências numa grande gama, contendo também uma rápida e grande flutuação da amplitude do sinal ao longo tempo, estes sinais são caracterizados através de métodos estatísticos (McConnell, 1995).

Este tipo de sinais é aplicado através de geradores de ruído e são apropriados para sistemas que exibam comportamento não linear. Têm como inconveniente o efeito de *leakage*, devido a não periodicidade do sinal (Caetano, 1992).

ii) Excitação periódica

Nesta categoria existem três sinais principalmente usados: sinais pseudoaleatórios, aleatórios periódicos e sinais periódicos tipo *chirp*. Um sinal pseudoaleatório é obtido a partir do somatório de todos os harmônicos de amplitude unitária e frequência múltipla do intervalo usado na sua descrição espectral, variando a fase de uma forma aleatória no intervalo  $[0, 2\pi]$  de acordo com uma distribuição uniforme, continuando a ser um sinal periódico. Os sinais aleatórios periódicos são em tudo semelhantes aos pseudoaleatórios, porém a amplitude de cada harmônico varia de uma forma aleatória, sendo um registo que se repete ao longo do tempo. Estes dois sinais minimizam o efeito de *leakage*, o segundo tem a vantagem de atenuar os efeitos de não linearidade. Por fim, os sinais periódicos tipo *chirp* (*periodic chirp*), correspondem a um varrimento sinusoidal em frequência rápido e repetido de forma a ser considerado periódico.

iii) Excitação transiente

Nesta categoria existem três tipos de sinais importantes, *burst random*, *burst chirp* e impulsivo. Os dois primeiros são idênticos aos correspondentes sinais periódicos, aleatório e *chirp*, respetivamente. Contudo, têm uma duração muito breve, de forma que a resposta do sistema se possa anular no período de observação e minimizar desta maneira o erro de *leakage*. Um sinal impulsivo corresponde à atuação de uma força num intervalo de tempo muito curto.

Para além dos sinais descritos, existe ainda a técnica de varrimento em seno lento (*sine swept*) e o varrimento sinusoidal por incrementos (*stepped sine excitation*). São duas formas de excitação que fazem variar a frequência da excitação sinusoidal. A primeira de uma forma contínua e a segunda de uma forma discreta. Estas técnicas fazem mobilizar os modos ressonantes com grande rigor, sendo, contudo, extremamente demoradas (Caetano, 1992).

Na Figura 3.2 são apresentados exemplos de vários tipos de sinais de excitação e corresponde tipo de resposta.

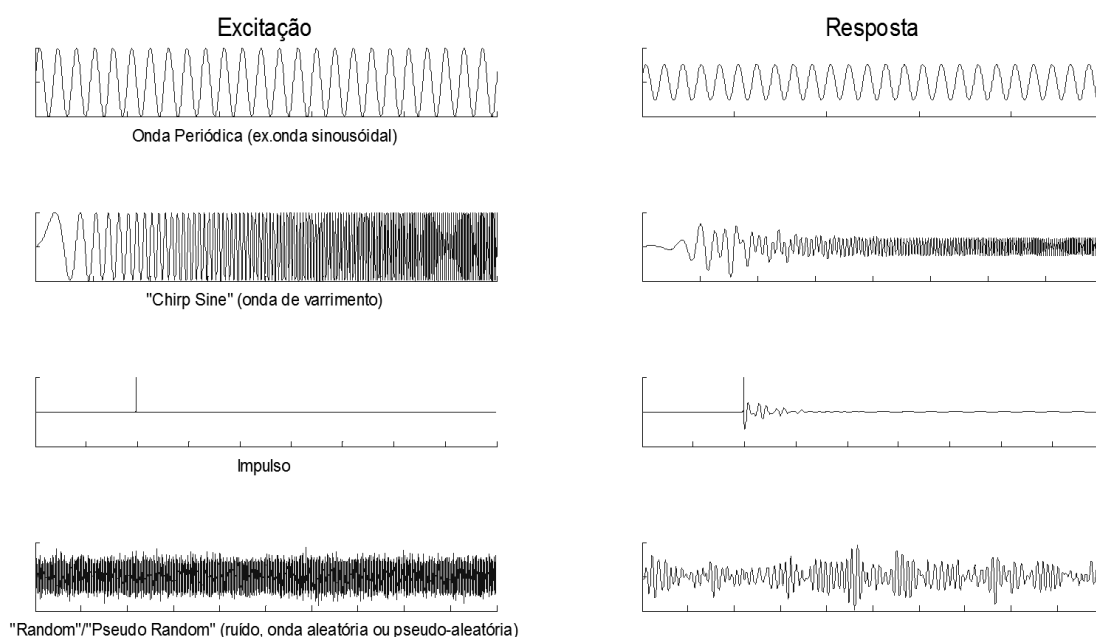


Fig. 3.2 – Exemplos de sinais de excitação e possível resposta de um sistema a estes.

### 3.1.1.2 Tipos de excitadores

Após uma descrição dos tipos de sinais que são geralmente usados no processo de excitação da estrutura, é necessário falar dos equipamentos físicos para aplicar os sinais requeridos à estrutura real. Os equipamentos de excitação podem dividir-se em cinco grupos principais: a) Excitadores eletromagnéticos; b) Excitadores mecânicos; c) Excitadores eletro-hidráulicos; d) Impulsivos; e e) Técnicas de relaxação.

#### a) Excitadores eletromagnéticos

Os excitadores eletromagnéticos (ou eletrodinâmicos) funcionam através da geração de uma força num condutor de corrente que atravessa um campo magnético alternante perpendicular à

sua direção. Podem induzir vibrações de qualquer tipo, variando a gama de frequências mobilizadas em função das características do aparelho (Caetano, 1992).

#### b) Excitadores mecânicos

O mais usual dos excitadores mecânicos é o excitador de massas excêntricas (ver Figura 3.3), constituído por duas massas colocadas excêntricamente que rodam com velocidade angular  $\omega$  opostas, produzindo uma força igual a  $2m\omega^2 r \cos \omega t$  numa direção fixa, a direcção de simetria entre os dois braços. O mecanismo de rotação é constituído por um sistema de mudanças que permite usar diferentes razões de velocidades, requeridas para alcançar uma determinada gama de frequências. Nos ensaios o dispositivo é montado diretamente na localização onde a força deve ser aplicada. A força gerada é limitada pela resistência do suporte, a gama de frequências operacionais, velocidades e acelerações máximas são normalmente intermédias, já o máximo deslocamento é tipicamente baixo. A grande limitação deste tipo de dispositivos é o facto de apenas poder transmitir vibrações do tipo sinusoidal, e a amplitude da força ser diretamente proporcional ao quadrado da frequência de excitação. Por isso sinais complexos, aleatórios ou de força com amplitude constante não são possíveis de serem realizados com este tipo de excitadores (De Silva, 1999).

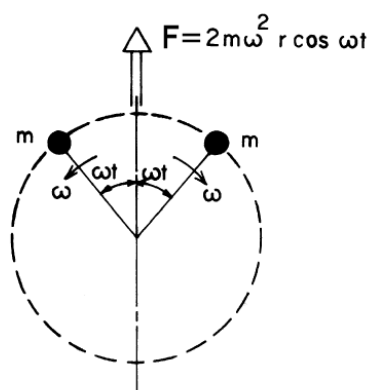


Fig. 3.3 – Princípio da operacionalidade do vibrador de massas excêntricas (adaptado de De Silva, 1999)

#### c) Excitadores eletro-hidráulicos

Os atuadores hidráulicos são preferencialmente usados para testes pesados e são muito usados no sector industrial e na engenharia civil. Podem operar a frequências muito baixas, bem

como frequências médias, sendo possíveis grandes deslocamentos a baixas frequências. Têm a vantagem de serem flexíveis quanto à sua operacionalidade, podem ser usados tanto para testes com força variável, testes de força constante, como também para testes aleatórios. As capacidades de velocidade e aceleração são moderadas. Apesar de se poderem usar todo os principais tipos de sinais de *input*, a reprodução destes sinais é impossível a altas frequências, devido à distorção e harmónicos de elevada ordem introduzidos pelos altos níveis de ruído comuns neste tipo de sistemas hidráulicos. Estes fenómenos podem ser reduzidos com um controlo de feedback (De Silva, 1999).

Na Tabela 3.1 resumem-se as características principais dos vários tipos de excitadores.

Tabela 3.1 – Comparação das características de vários tipos de excitadores (adaptado de De Silva, 1999)

<b>Tipo de excitador</b>	<b>Gama de frequências</b>	<b>Deslocamento máximo</b>	<b>Velocidade máxima</b>	<b>Aceleração máxima</b>	<b>Força máxima</b>	<b>Tipo de onda</b>
Hidráulico (electro-hidráulico)	Baixas frequências (0,1-500 Hz)	Alto (50cm)	Intermédia (125 cm/s)	Intermédia (20 g)	Alta (450 KN)	Flexibilidade média (simples a complexas e aleatórias)
Inercial (massas excêntricas)	Frequências médias (2-50Hz)	Baixo (2,5 cm)	Intermédia (125 cm/s)	Intermédia (20 g)	Intermédia (4,5 KN)	Apenas sinusoidais
Eletromagnético	Frequências altas (2-10000Hz)	Baixo (2,5 cm)	Intermédia (125 cm/s)	Alta (100 g)	Baixa a intermédia (2 KN)	Alta flexibilidade e precisão (simples a complexas e aleatórias)



Alguns exemplos de excitadores são ilustrados na Figura 3.4.

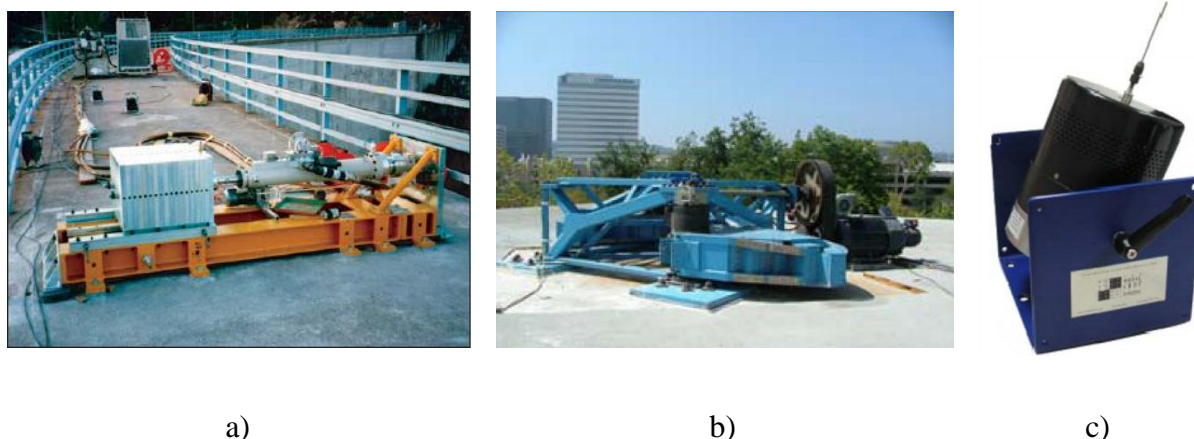


Fig. 3.4 – Exemplos de vários tipos de excitadores: a) excitador eletro-hidráulico (Cantieni, et al., 1998); b) excitador inercial (Yu, et al., 2008); c) excitador eletrodinâmico (www.modalshop.com)

#### d) Martelo de impulsos

Para estruturas de pequena e média dimensão, a excitação pode ser induzida através de um martelo de impulsos, similar aos usados correntemente na Engenharia Mecânica. Este dispositivo tem a vantagem de produzir um *input* de banda larga, capaz de excitar diferentes modos de vibração (Cunha & Caetano, 2006) .

O martelo de impulsos é um dispositivo com a forma de um martelo, munido em geral com um conjunto de “cabeças” e “pontas”, através das quais é possível modificar o conteúdo espectral da excitação aplicada. A utilização desta técnica de excitação não teria qualquer interesse se não fosse possível medir a força aplicada, daí que tradicionalmente lhe seja incorporado um sensor de força (Caetano, 1992).

A principal desvantagem é a falta de energia para excitar em alguns modos fundamentais da estrutura, principalmente em baixas frequências. Para solucionar esse problema foram desenvolvidos dispositivos de impulso especialmente preparados para excitar pontes, que consistem na queda de uma massa a partir de uma certa altura (Cunha & Caetano, 2006).

Na Figura 3.5 podem se ver dois tipos de dispositivos que proporcionam um sinal impulsivo de excitação.



a)



b)

Fig. 3.5 – Dispositivos de excitação impulsiva; a) Dispositivo para excitar pontes por impulso (Peeters, et al., 2000) ; b) Martelo de impulsos ([www.pcb.com](http://www.pcb.com))

#### e) Técnicas de Relaxação (*Step Relaxation*)

Uma variante à excitação transiente é referida como *step relaxation* ou *step release*. Neste procedimento, usualmente utilizado nas estruturas de engenharia civil, é gradualmente aplicada uma carga estática à estrutura em teste, normalmente através do uso de um cabo de aço ou cordas, até que um certo nível de deflexão inicial seja alcançada e a estrutura é subitamente desprendida, outro dos métodos consiste em aplicar uma carga à estrutura e em seguida ser largada de repente (Ewins, 2000).

#### 3.1.2 Equipamentos de medição (sensores)

A medição das forças aplicadas e consequentes respostas das estruturas pode ser feita através da caracterização dos deslocamentos, velocidades e acelerações. Para a realização dessas medições são normalmente usados transdutores. Estes instrumentos funcionam através da conversão de variações de grandeza mecânica, em variações de outro tipo de quantidade física proporcional, geralmente tensão elétrica, podendo ser ativos ou passivos, caso precisem de energia elétrica adicional ou não.

### 3.1.2.1 Transdutores de Força

Os transdutores de força servem para medir as forças aplicadas, normalmente são usados transdutores de força do tipo piezoelétrico. O funcionamento deste tipo de dispositivos baseia-se na propriedade de alguns cristais, que quando sujeitos a deformações, geram cargas elétricas proporcionais a essa deformação. A força é diretamente aplicada ao cristal, comprimindo-os, que faz com que estes gerem uma carga proporcional à força aplicada (ver Figura 3.6).

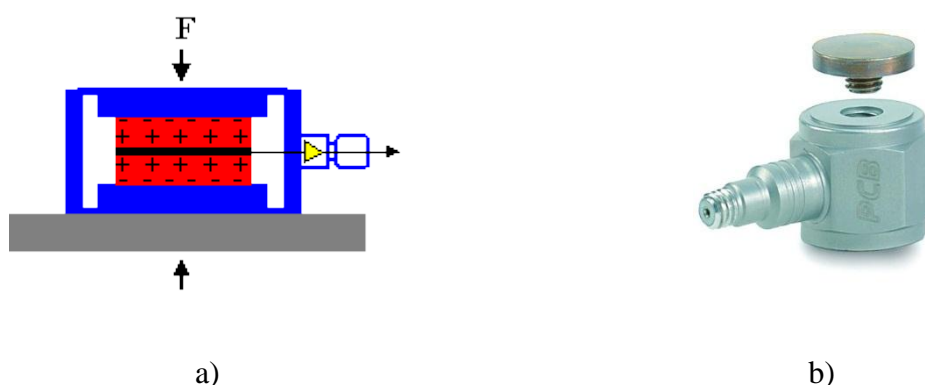


Fig. 3.6- a) Esquema de funcionamento de um transdutor de força piezoelétrico ([www.pcb.com](http://www.pcb.com)); b) Transdutor de força piezoelétrico PCB modelo 208C05

### 3.1.2.2 Transdutores de Movimento

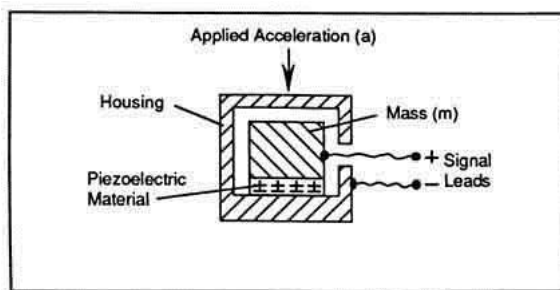
Servem para medir movimento que pode ser em termos de deslocamentos, velocidades ou acelerações.

As medições em termos de deslocamentos são mais adequadas para movimentos de baixa frequência e medições em termos de aceleração para componentes de frequência elevada. Dado que normalmente os problemas do âmbito de engenharia civil envolvem geralmente baixas frequências é conveniente a utilização de transdutores de deslocamento ou velocidade. Porém, os acelerómetros são correntemente mais usados por serem normalmente mais pequenos e mais baratos (Caetano, 1992).

i) *Acelerómetros*

## a) Acelerómetros piezoelétricos

Os acelerómetros piezoelétricos (ver Figura 3.7), normalmente, são constituídos por uma base, uma massa e um elemento piezoelétrico. Quando o acelerómetro é sujeito a uma aceleração, a massa sísmica induz uma força no elemento piezoelétrico que em contrapartida gera uma diferença de potencial em proporção à aceleração. A transmissão da força ao elemento pode ser feita de três formas: por flexão, compressão ou por corte. A maioria dos acelerómetros piezoelétricos não é adequada para medir movimentos com componentes de baixa frequência e amplitude (Rodrigues, 2004).



a)



b)

Fig. 3.7 – a) Esquema de um acelerómetro piezoelétrico (PCB,2012); b) Acelerómetro piezoelétrico PCB modelo 392B12

## b) Acelerómetros piezoresistivos e capacitivos

Os acelerómetros piezoresistivos e capacitivos utilizam a propriedades que alguns materiais possuem, que consiste na alteração da resistência elétrica resultante da deformação, contudo existem diferenças de funcionamento entre os piezoresistivos e os capacitivos (ver Figura 3.8).

Tanto os acelerómetros piezoresistivos como os capacitivos têm uma boa resposta nas baixas frequências ao contrário dos piezoelétricos. Outra diferença entre os piezoelétricos e os piezoresistivos e capacitivos é que os segundos têm a necessidade que lhes seja fornecida um sinal elétrico de alimentação (Rodrigues, 2004).

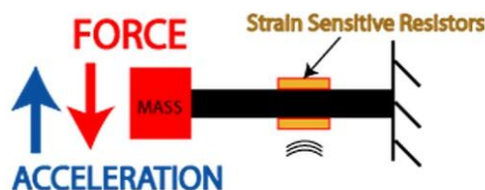


Fig. 3.8 – Imagem ilustrativa do funcionamento de um acelerómetro do tipo piezoresistivo

([www.pcb.com](http://www.pcb.com))

### c) Acelerómetros tipo servo

Neste tipo de acelerómetros existe uma massa e um mecanismo servo que controla a sua posição. O movimento da massa é detetado por um elemento sensível, dando origem a um sinal de erro no ciclo servo, criando um fluxo na corrente que gera uma força magnética que equilibra a força induzida pela aceleração da massa. O valor da corrente usada para a estabilização da massa na sua posição é proporcional à aceleração actante. São caracterizados por ter grande sensibilidade e são indicados para medição das ações ambientes (Rodrigues, 2004).

#### ii) *Transdutores de velocidade*

##### a) *Velocímetros laser (Laser Doppler velocimeters)*

Estes transdutores são capazes de detetar instantaneamente a velocidade na superfície das estruturas. A medição é efetuada através do disparo de um feixe laser ao ponto que se quer medir, e a luz ao ser refletida é alterada em termos de comprimento de onda, pelo efeito de Doppler, sendo proporcional à velocidade (Ewins, 2000).

#### iii) *Transdutores de deslocamento*

##### a) *Transdutores laser de deslocamento*

Um sistema de medição deste tipo envolve a utilização de um transmissor laser e de recetor optoelectrónico ativo que deve estar fixo ao ponto a ser medido. Entre o transmissor e recetor forma-se uma linha de referência, o sistema optoelectrónico regista a posição do raio laser numa área de receção e a informação da posição em coordenadas x e y é transformada em sinais analógicos proporcionais à posição. Outro tipo, é constituído por um emissor/recetor e um alvo refletor na posição a ser medida. O emissor emite um raio laser, o alvo reflete o feixe

de encontro ao emissor/recetor que através de um sistema optoelectrónico transforma a posição em sinais analógicos (Rodrigues, 2004).

iv) *Medição por sistemas GPS*

Um outro tipo de equipamento usado é o baseado em sistemas de satélites de navegação global. Deste tipo os mais usados na engenharia civil são os que usam as técnicas DGPS (*Differential Global Positioning System*), que contam com um recetor num ponto fixo de referência, a partir do qual são introduzidas correções na determinação de outros recetores colocados em pontos da estrutura (Rodrigues, 2004).

### **3.1.3 Processamento digital de dados**

#### **3.1.3.1 Processo de aquisição de dados**

Os dados provenientes dos transdutores passam numa primeira fase por filtros analógicos, que filtram as altas frequências que não têm interesse, prevenindo a ocorrência do fenómeno de *aliasing*.

Posteriormente, os dados analógicos são digitalizados através dos conversores de analógico para digital (ADC). Os dados devem ter uma amostragem que seja adequada, de modo a caracterizar convenientemente os dados no tempo para serem convertidos no domínio da frequência. Teoricamente, deve-se utilizar uma taxa de amostragem duas vezes superior à mais alta frequência de interesse para a representação em termos de frequência. Todavia, em termos práticos, é usual realizar uma amostragem pelo menos 10 a 20 vezes mais alta do que a máxima frequência de interesse.

No sentido de caracterizar de forma adequada a amplitude de um sinal, o conversor analógico para digital deve estar definido para um nível de voltagem apropriado. Nos sistemas de aquisição de dados existe, normalmente, uma função incluída chamada de *autoranging assists* para definir automaticamente os níveis de voltagem.

Nesta altura, a informação digital da excitação e da resposta está disponível em forma digital bruta. Para evitar o erro de *Leakage*, é necessário, nesta fase, aplicar uma função chamada de *window*. O erro de *Leakage* ocorre quando o sinal de excitação ou de resposta não é capturado

de forma completa, criando distorções do sinal na passagem para o domínio da frequência (Avitabile, 1999).

Na Figura 3.9 está resumido o processo de aquisição e tratamento de dados, desde o sinal analógico até ao sinal digital.

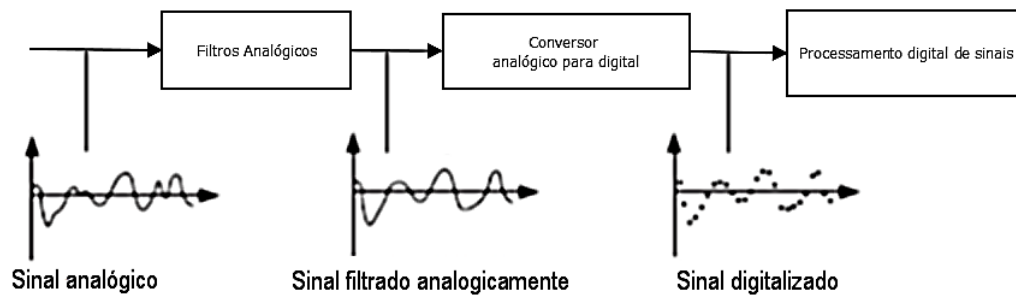


Fig. 3.9 – Esquema do processo de aquisição de dados, adaptado de Ibsen & Liigaard (2006)

i) Análise de sinais no domínio da frequência

*Series de Fourier*

Fourier descobriu que uma função, periódica num tempo  $T$ , pode ser escrita como uma série infinita:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) \right) \quad (3.1)$$

Em que ,

$$a_n = \left(\frac{2}{T}\right) \int_0^T x(t) \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt$$

$$b_n = \left(\frac{2}{T}\right) \int_0^T x(t) \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt$$

Quando a função  $x(t)$  é discreta e de duração finita, apenas definida por um conjunto de  $N$  valores no tempo ( $t; k=1, \dots, N$ ), a série de Fourier finita pode ser escrita:

$$x(t_k) = x_k = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N/2} \left( a_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) \right); \quad K = 1, \dots, N \quad (3.2)$$

Onde,

$$a_0 = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N x_k, \quad a_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \cos\left(\frac{2\pi n k}{N}\right) \quad e \quad b_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \sin\left(\frac{2\pi n k}{N}\right)$$

ou em termos de amplitude e ângulo de fase,

$$X_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \phi_n = \tan\left(\frac{-b_n}{a_n}\right)$$

### *Transformada de Fourier*

A transformada de Fourier pode ser derivada através das séries de Fourier, quando o período do sinal aumenta infinitamente, e o espaçamento entre os harmónicos reduz-se infinitamente, passando a composição espectral a ter um carácter contínuo e o sinal deixa de ser periódico, tal que:

$$x(t) = 2 \cdot \frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{+\infty} A(\omega) \cos(\omega t) d\omega + \int_0^{+\infty} B(\omega) \sin(\omega t) d\omega \right] \quad (3.3)$$

em que,

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cos(\omega t) dt$$

$$B(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin(\omega t) dt$$



A equação (3.3) pode ser também representada em termos de uma exponencial complexa descrita na equação (3.4)

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.4)$$

Com,

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.5)$$

### *Transformada rápida de Fourier (FFT)*

As técnicas de análise digital de sinais pressupõem a obtenção de amostras discretas de sinais contínuos, por isso a utilização da transformada de Fourier não é adequada. É possível, no entanto, partir da transformada de Fourier e de suas propriedades fundamentais e chegar a uma série amostrada num intervalo finito qualquer (Caetano, 1992).

O algoritmo de transformada discreta de Fourier mais usado é o chamado *Fast Fourier Transform* (FFT), desenvolvido por Cooley e Tukey em 1960 (Ewins, 2000).

#### **3.1.3.2 Análise de erros**

O processamento de Fourier digital possui uma série de características, que se não forem tratadas convenientemente pode levar à prática de inúmeros erros. Esses erros resultam normalmente das aproximações devido à discretização dos dados e à necessidade de limitar o comprimento das leituras temporais.

Será feita uma explicação breve dos principais erros. Este tema é abordado de forma mais detalhada em Caetano (1992).

- i) *Erro de sobreposição (Aliasing)*

O erro de *Aliasing* resulta de uma baixa frequência de amostragem do sinal, em que as frequências altas do sinal inicial podem ser interpretadas como frequências baixas, devido a ambas possuírem o mesmo conjunto de valores discretos. Após ser processada a transformada de Fourier, este erro resulta numa distorção das frequências mais baixas, dado haver uma reflexão das componentes relativas às frequências altas, que se sobrepõem nas frequências baixas. A solução para este problema é o uso de filtro *anti-aliasing* que retira as frequências mais altas do sinal inicial (*low pass*) (Ewins, 2000).

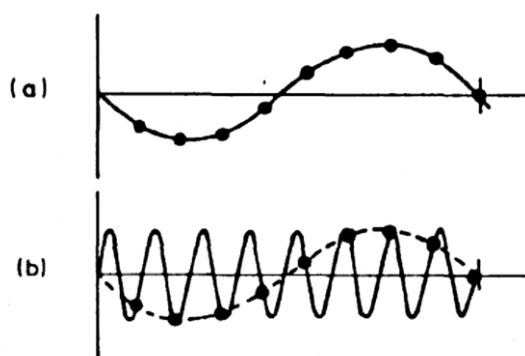


Fig. 3.10 – Efeito de *Aliasing* (adaptado de Ewins, 2000)

## ii) Erros por escorregamento (*leakage*)

Este erro é consequência da necessidade de recolher apenas um segmento finito do registo temporal com a suposição de ser periódico (Ewins, 2000).

A transformada de Fourier está definida num intervalo compreendido entre  $-\infty$  e  $+\infty$ , contudo a informação é adquirida num período muito breve. Desde, que se consiga reconstruir a informação para todo o tempo a partir de uma pequena amostra este tipo de erro não acontece (Avitable, 1999).

Na figura 3.11 comparam-se duas situações. Apesar de nas duas situações se utilizar a mesma onda sinusoidal, cada situação conduz a um diferente espectro de frequências.

Na primeira situação, a amostra retirada do sinal inicial tem a duração de um número inteiro de ciclos da onda sinusoidal, e por isso é possível reconstruir o sinal inicial a partir do excerto, logo conduz apenas a uma linha no espectro de frequência, o que seria normal para a transformação de uma onda sinusoidal no domínio da frequência.

Na segunda situação, a partir da amostra retirada não é possível gerar o sinal inicial, causando uma distorção e levando a uma alteração espectral do sinal, acontecendo, neste caso, o erro de *leakage*.

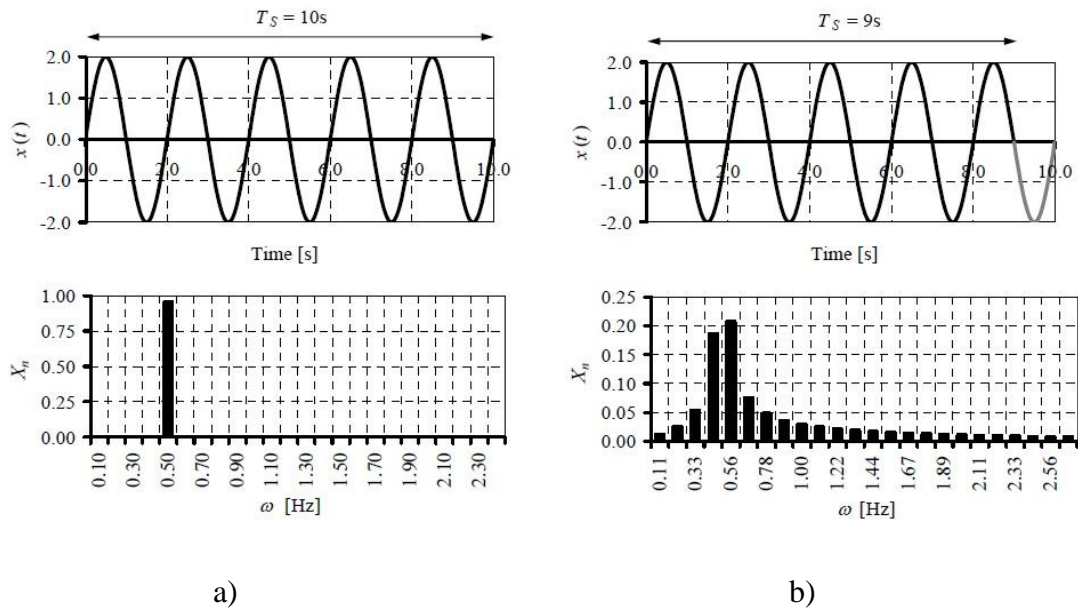


Fig. 3.11 – Exemplo do erro de *leakage* : (a) sinal e corresponde espectro quando o tempo de medição é um múltiplo inteiro do período do sinal; e (b) sinal e respetivo espectro quando o tempo de medição não é um múltiplo inteiro do período do sinal, produzindo um erro de *leakage* no domínio da frequência (Ramos, 2007).

Em muitas situações, a maneira mais prática de resolver o problema de *leakage* envolve a utilização de uma função *window*, que corresponde a impor uma determinada configuração ao sinal. Existem várias funções deste género, sendo que cada uma tem uma aplicabilidade diferente. Enquanto funções *windows* tipo *Hanning* e *cosine taper* são tipicamente aplicáveis a sinais contínuos, as do tipo exponencial são usadas nas vibrações transientes, pois a informação está mais concentrada na parte inicial (Ewins, 2000).

## 3.2 Métodos de Identificação Input-Output (I/O)

### 3.2.1 Considerações gerais

Após uma breve introdução aos equipamentos e alguns elementos de processamento de sinais, este subcapítulo tem o objetivo de abordar algumas das técnicas de identificação, neste caso, as técnicas que pressupõem a medição simultânea das excitações e respostas de uma estrutura. O objetivo dos métodos de identificação é extrair os parâmetros caracterizadores de uma estrutura, através dos sinais medidos (ver Figura 3.12).

Estes métodos encontram-se bem documentados na obra “*Modal Testing – Theory, Practice and Applications*” por Ewins (2000).

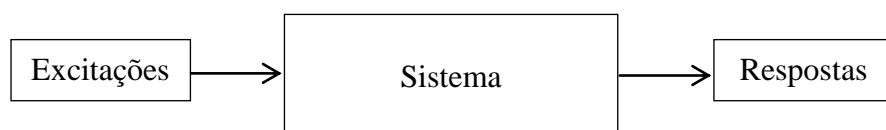


Fig. 3.12 – Esquema geral das técnicas de identificação *Input-Output*

Existindo um extenso número de métodos, torna-se necessário saber a sua classificação. Estes métodos podem ser classificados em correspondência com o tipo de formulação, número de graus de liberdade, tipo de estimativas, e números de *inputs* e *outputs*.

Em relação à sua formulação, são designados de métodos de formulação direta, quando se baseiam diretamente nas equações diferenciais do movimento da estrutura, métodos indiretos, quando recorrem a modelos modais, e onde se identificam os parâmetros modais, e ainda podem ser enquadrados num terceiro grupo, os que recorrem à formulação de estado.

Podem dividir em dois grupos: as técnicas no domínio da frequência, que envolvem o recurso às funções *FRF*, ou no domínio temporal, envolvendo o uso das funções inversas *IFR* ou uso direto dos sinais no tempo.

Em termos de graus de liberdade usados no ajuste de curvas às funções de resposta, os métodos podem ser classificados em SDOF ou MDOF, caso usem modelos de 1 grau de liberdade ou vários graus de liberdade, respetivamente.

Outra classificação que distingue os métodos é se estes têm estimativas locais ou globais, por outras palavras, se são usadas várias funções de resposta, no caso global, ou apenas uma, para o caso local.

Por fim, os métodos de identificação podem ter uma designação em correspondência ao número de *inputs* e *outputs* usados num ensaio. Podem ser classificados com SISO (*Single Input Single Output*) e SIMO (*Single Input Multiple Output*), em que em ambos os casos a estrutura é excitada apenas num local. Porém, distinguem-se pelo número de respostas medidas, apenas uma ou várias, respetivamente. São classificados como MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) quando são excitados múltiplos pontos da estrutura simultaneamente e a resposta é também medida em vários locais.

Na Figura 3.12 está esquematizado o resumo dos tipos de métodos existentes segundo a sua classificação.

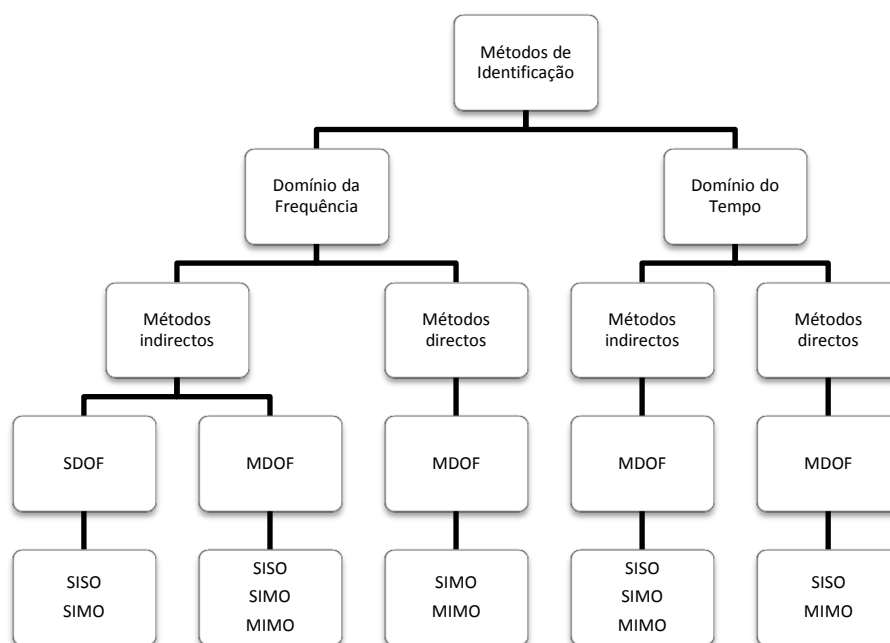


Fig. 3.12 – Esquema resumo das classificações dos métodos de identificação *Input-Output* existentes, baseado em Caetano (1992)

Por outro lado, no Tabela 3.2 apresentam-se os métodos de identificação *input-output* principais e as suas classificações.

Tabela 3.2 – Principais métodos de identificação Input-Output e a sua classificação, baseado em Ramos (2007)

	Método	Formulação	Nº de graus de liberdade	Tipos de estimativa	Número de inputs/outputs
Domínio da Frequência	Amplitude de pico ( <i>Peak Picking</i> )	Indireta (Modal)	<i>SDOF</i>	Local	<i>SISO</i>
	<i>Circle Fit</i>				<i>SISO/SIMO</i>
	Dobson				
	<i>CMIF</i>				
	Mínimos quadrados no domínio da frequência ( <i>LSFD</i> )		<i>MDOF</i>	Local	<i>SIMO</i>
	Polinómios Ortogonais			Global	<i>MIMO</i>
Domínio do Tempo	Exponencial Complexa	Direta	<i>SDOF</i>	Local	<i>SISO</i>
	Mínimos quadrados no domínio do tempo ( <i>LSCE</i> )		<i>MDOF</i>	Global	<i>SIMO/MIMO</i>
	Ibrahim				<i>MIMO</i>
	<i>ERA</i>				
	<i>ARMA</i>				

### 3.2.2 Métodos no domínio da frequência

Os métodos de identificação no domínio da frequência baseiam-se no uso das propriedades das funções de resposta *FRF*. No domínio da frequência há a vantagem de os parâmetros serem mais facilmente identificáveis, pois cada ressonância é identificada por um pico no espectro. Contudo, envolve o uso de transformação discreta de Fourier e como já foi abordado no subcapítulo anterior podem ocorrer distorções e erros. Por isso, o fundamental nestes tipos de métodos é ter uma boa estimativa das funções *FRF* através dos sinais adquiridos no domínio do tempo.

Numa situação ideal, onde não há a presença de ruído e/ou erros de medição, a *FRF* é definida como na equação (3.6), onde  $X_i(\omega)$  representa a transformada de Fourier do sinais de resposta do grau de liberdade  $i$ , e  $F_j(\omega)$  a transformada de Fourier da excitação para o grau de liberdade  $j$ .

$$H_{(i,j)}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{F_j(\omega)} \quad (3.6)$$

Quando a análise envolve processos de natureza estocástica, como a presença de ruído branco ou o uso de um sinal de excitação aleatório, a computação das funções de resposta necessita de recorrer ao uso de funções chamadas de auto-espectros,  $S_{(i,i)}$ , ou espectros de potência e funções de densidade espectral cruzada,  $S_{(i,j)}$ , dadas por:

$$\hat{H}_1(\omega) = \frac{\hat{S}_{FX}(\omega)}{\hat{S}_{FF}(\omega)} \quad (3.7)$$

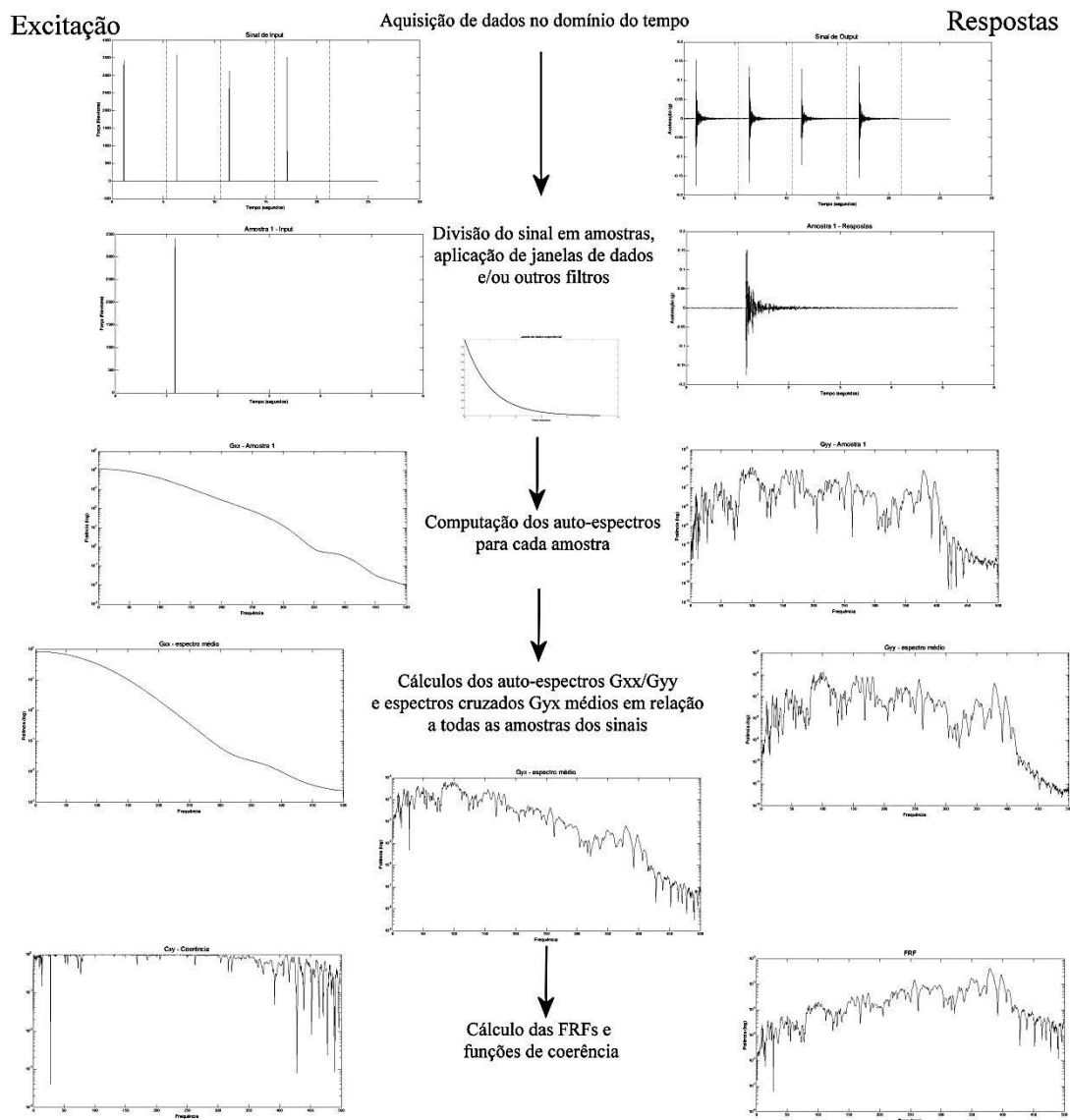
$$\hat{H}_2(\omega) = \frac{\hat{S}_{XX}(\omega)}{\hat{S}_{XF}(\omega)} \quad (3.8)$$

Nas expressões (3.7) e (3.8) apresentam-se dois estimadores das funções de resposta em frequência, sendo o primeiro mais adequado nas situações em que o ruído exista fundamentalmente na saída, já o segundo é ideal quando a fonte de ruído se encontra na entrada do sistema.

Na equação (3.9) apresenta-se a expressão para coerência, uma função que varia entre zero e a unidade, sendo que a função coerência assume o valor unitário quando o teste é efetuado em condições ideais, sem ruído. Por isso, esta função é usada como uma expressão da qualidade do ensaio.

$$\gamma_{FX}^2(\omega) = \frac{|S_{FX}(\omega)|^2}{S_{FF}(\omega)S_{XX}(\omega)} = \frac{\hat{H}_1(\omega)}{\hat{H}_2(\omega)} \quad (3.9)$$

Na Figura 3.13 apresenta-se o esquema do processo usual para a suavização das *FRFs*.

Fig. 3.13 – Processo de cálculo e suavização das *FRFs*

### 3.2.2.1 Método da Amplitude de pico (“Peak Picking”)

Um dos métodos mais simples e antigo no domínio da frequência é o método da amplitude de pico. Este método assume que na vizinhança de cada ressonância, a *FRF* é dominada apenas pelo modo ressonante, excluído a contribuição dos outros modos, é por isso classificado como um método *SDOF*. Os pressupostos dos métodos *SDOF* são validos apenas quando os modos de vibração se encontram convenientemente separados.

A função Receptância, expressa na equação (2.51), passa a ser definida na vizinhança da frequência identificada,  $\omega_k$ , como está descrito na equação (3.10).



$$H_{ij}(\omega) = \sum_{n=1}^N \frac{(\phi_i)_n \cdot (\phi_j)_n}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi_n \omega_n \omega)} \cong \frac{(\phi_i)_k \cdot (\phi_j)_k}{(\omega_k^2 - \omega^2) + i(2\xi_k \omega_k \omega)} \quad (3.10)$$

Esta técnica pode dividir-se nas seguintes etapas:

- Identificação dos picos de amplitude da FRF, e determinação das suas abcissas, que, para baixos amortecimentos, são aproximadamente iguais às frequências naturais do sistema;
- Cálculo do amortecimento pelo método da meia potência;

Para determinar o amortecimento pode-se usar o método da meia potência, que consiste em usar os valores adjacentes ao pico identificado para caracterizar o amortecimento, neste caso, os pontos que possuem metade da potência do pico, ou  $\frac{(|H_{ij}|)_{max}}{\sqrt{2}}$ .

Na equação (3.11) apresenta-se a expressão para o cálculo da potência da *FRF* na zona do pico de ressonância quando aproximadamente  $\omega = \omega_k$ .

$$\left(|H_{ij}|_k^2\right)_{max} = |H_{ij}(\omega = \omega_k)|^2 = \frac{[(\phi_i)_k \cdot (\phi_j)_k]^2}{(2\xi_k \omega_k^2)^2} \quad (3.11)$$

As frequências com metade da potência do pico de ressonância resultam do cálculo feito através da equação (3.12).

$$\left| \frac{(\phi_i)_k \cdot (\phi_j)_k}{(\omega_k^2 - \omega^2) + i(2\xi_k \omega_k \omega)} \right|^2 = \frac{1}{2} \frac{[(\phi_i)_k \cdot (\phi_j)_k]^2}{(2\xi_k \omega_k^2)^2} \quad (3.12)$$

Depois de obter as duas frequências correspondentes a metade da amplitude do pico o fator de amortecimento para o modo  $k$  pode ser obtido através da equação (3.13).

$$\omega_{1,2}^2 = \omega_k^2(1 - 2\xi_k^2 \pm 2\xi_k \sqrt{1 + \xi_k^2}) \quad (3.13)$$

Contudo, para valores de amortecimento pequenos, menores ou iguais que 10% pode-se dizer que:

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 \cong 4\xi_k \omega_k^2 \leftrightarrow \xi_k \cong \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{4\omega_k^2} \cong \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_k} \quad (3.14)$$

Na Figura 3.14 apresenta-se um exemplo da regeneração de um modelo *SDOF* a partir dos parâmetros extraídos através do método de *Peak Picking*, a uma *FRF* com vários modos de ressonância.

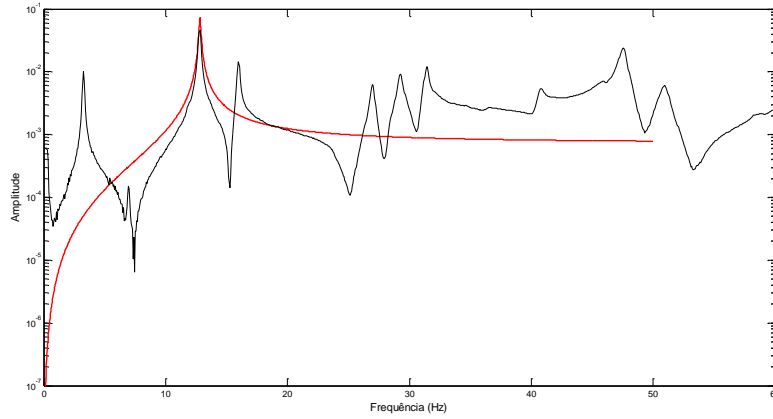


Fig. 3.14 – Exemplo da reconstrução de um modelo *SDOF* com base nos parâmetros extraídos pela técnica de Amplitude de Pico

- c) Obtenção das constantes modais,  $(A_{ij})_n = (\phi_i)_n \cdot (\phi_j)_n$ , é feita através das estimativas do amortecimento e da frequência de vibração calculadas previamente e do valores da amplitude nos picos da *FRF*.

$$(A_{ij})_n = (2\xi_n \omega_n^2) \cdot (|H_{ij}|_n)_{max} \quad (3.15)$$

Seguidamente é possível calcular as componentes do modo de vibração identificado:

$$(\phi_1)_n = \sqrt{(A_{11})_n}; (\phi_2)_n = \frac{(A_{12})_n}{(\phi_1)_n}; \dots; (\phi_k)_n = \frac{(A_{1k})_n}{(\phi_1)_n} \quad (3.16)$$

### 3.2.2.2 Método *Circle Fit*

Um outro método *SDOF* é o *Circle Fit*, que se baseia nas propriedades de circularidade da *FRF* de um grau de liberdade na representação Nyquist. Portanto, tomando consciência dessas propriedades foi desenvolvido em 1947 o método Kennedy-Pancu, atualmente mais conhecido por *circle fit*, baseando num modelo resultante de um ajuste de um círculo.

A Receptância de um sistema com amortecimento estrutural produz um círculo exato na representação Nyquist. Porém, num modelo com amortecimento viscoso, as propriedades de circularidade só são exatas na função de Mobilidade (Ewins, 2000).

No caso de haver mais do que um grau de liberdade e partindo de um modelo de amortecimento viscoso a função de mobilidade pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$Y_{ij}(\omega) = i\omega \cdot \left[ \frac{(\phi_i)_k \cdot (\phi_j)_k}{(\omega_k^2 - \omega^2) + i(2\xi_k \omega_k \omega)} + \sum_{\substack{n=1 \\ (n \neq k)}}^N \frac{(\phi_i)_n \cdot (\phi_j)_n}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi_n \omega_n \omega)} \right] \quad (3.17)$$

Os efeitos dos modos não-ressonantes, na vizinhança do modo em estudo, podem ser substituídos por um termo,  $(B_{ij})_k$ , constante e complexo, adicionado à expressão da *FRF* para 1 grau de liberdade (Caetano, 1992).

$$Y_{ij}(\omega) \cong \frac{i\omega \cdot (\phi_i)_k \cdot (\phi_j)_k}{(\omega_k^2 - \omega^2) + i(2\xi_k \omega_k \omega)} + (B_{ij})_k \quad (3.18)$$

O efeito da adição de uma constante complexa à expressão da *FRF* de 1 grau de liberdade é ilustrado na Figura 3.15.

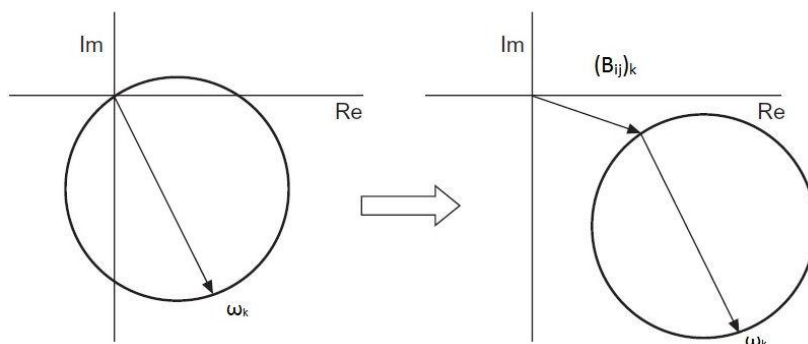


Fig. 3.15 – Mudança da posição do círculo devido a uma variável complexa, adaptado de He & Fu (2001)

Seguidamente, é apresentada uma breve descrição dos vários procedimentos da técnica *Circle Fit*, esta técnica encontra-se mais extensamente explicada nos trabalhos de Caetano (1992) e Ewins (2000).

As etapas para obtenção dos parâmetros dinâmicos segundo o método de *circle fit* são:

- Seleção dos pontos a usar para o ajuste do círculo, devendo ser escolhidos os que estão perto da ressonância. Porém estes não devem ser influenciados em demasia pelos modos vizinhos, devem alcançar sempre que possível cerca de  $270^\circ$  do círculo.
- No ajuste de um círculo aos pontos selecionados na etapa a), geralmente é usada a técnica de ajuste dos mínimos quadrados, existindo vários critérios possíveis para o ajuste.
- Localização da frequência natural.

Nesta fase também é possível adotar diversos critérios para estimar a frequência natural. Entre os quais estão a frequência à qual corresponde o pico máximo da amplitude de resposta, usado no método de amplitude de pico.

Contudo, ao analisar a evolução do ângulo de fase com frequência, é possível constatar que a variação do ângulo de fase é aproximadamente máxima junto de uma ressonância, para baixos coeficientes de amortecimento (Caetano, 1992).

Aliando essa propriedade à relação geométrica entre o ângulo ao centro formado por pontos consecutivos da FRF e o ângulo de fase (ver Figura 3.16a) a frequência natural é estimada

através do máximo da derivada do ângulo ao centro em ordem com a frequência, que é feito com um método de diferenças finitas ou diferenças divididas.

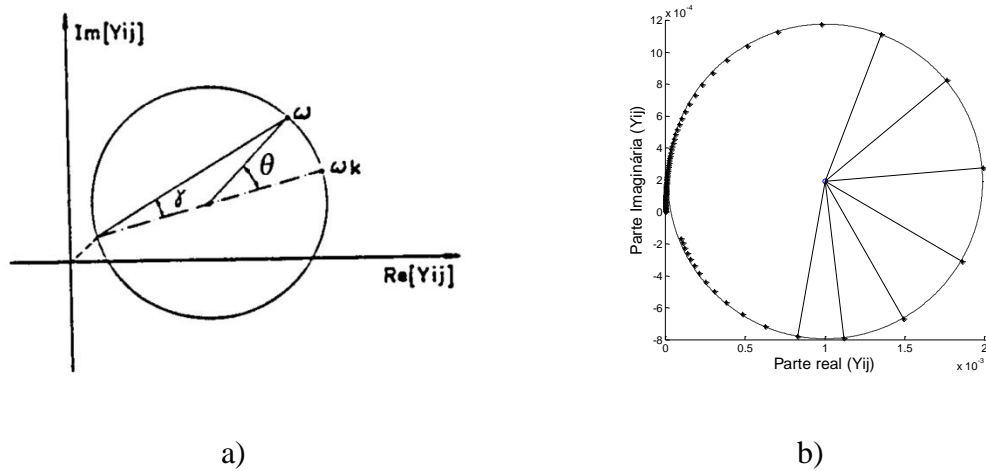


Fig. 3.16 – a) relações geométricas entre o ângulo de fase e ângulo ao centro no caso da Mobilidade (adaptado de Caetano, 1992); b) Exemplo gráfico de um círculo ajustado aos pontos da FRF e da variação do ângulo ao centro.

Portanto, através da Figura 3.16a e ignorando o efeito da variável complexa resultante dos modos de vibração vizinhos é possível escrever a equação (3.19), para o caso da Mobilidade.

$$\tan \gamma = \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) = \left( \frac{\omega_k^2 - \omega^2}{2\xi_k \omega_k \omega} \right) \quad (3.19)$$

#### d) Determinação do coeficiente de amortecimento

Selecionando dois pontos da *FRF* para  $\omega_a$  e  $\omega_b$ , pontos antes e depois da frequência natural  $\omega_n$ , pode-se escrever as seguintes expressões:

$$\tan \left( \frac{\theta_a}{2} \right) = \left( \frac{\omega_k^2 - \omega_a^2}{2\xi_k \omega_k \omega_a} \right) \quad (3.20)$$

$$\tan \left( \frac{\theta_b}{2} \right) = \left( \frac{\omega_b^2 - \omega_k^2}{2\xi_k \omega_k \omega_b} \right)$$

Tendo em consideração as expressões da equação (3.20) é possível chegar-se à expressão (3.21), que usando os dois pontos, antes e depois da frequência natural, dão uma estimativa do amortecimento.

$$\xi_k = \frac{1}{2\omega_k} \left[ \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{\omega_a \tan\left(\frac{\theta_a}{2}\right) + \omega_b \tan\left(\frac{\theta_b}{2}\right)} \right] \quad (3.21)$$

Posteriormente, este cálculo é feito entre várias combinações de pontos abaixo e acima da ressonância (ver Figura 3.17a), que idealmente dariam os mesmos resultados. Porém, verifica-se que na prática não é assim que acontece, devido a erros numéricos, interferências dos modos vizinhos, entre outros fatores. Dessa maneira os resultados são apresentados num gráfico tipo superfície (ver Figura 3.17b), onde se mostra os resultados para todas as combinações de pontos, e o valor médio é tomado para a estimativa do amortecimento.

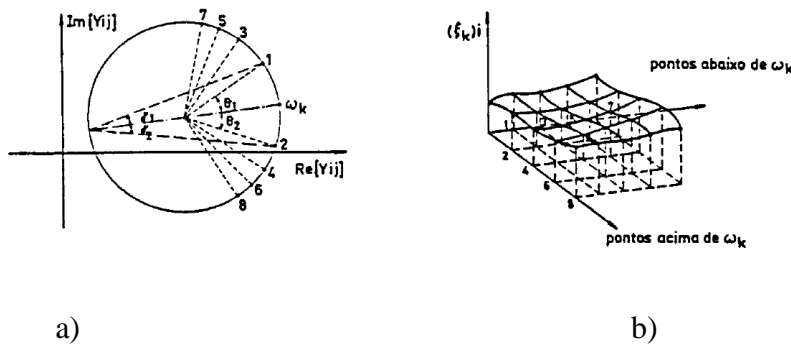


Fig. 3.17 – a) Explicação gráfica do cálculo do amortecimento entre os pontos acima e abaixo da ressonância; b) Representação gráfica dos resultados do amortecimento para as várias combinações de pontos, adaptado de Caetano (1992).

#### e) Determinação da constante modal

A determinação da constante modal é feita através da equação da Mobilidade sobre a ressonância, expressão (3.22).

$$Y_{ij}(\omega_k) = \frac{(A_{ij})_k}{2\xi_k \omega_k} + (B_{ij})_k \leftrightarrow (A_{ij})_k = 2\xi_k \omega_k \cdot [Y_{ij}(\omega_k) - (B_{ij})_k] \quad (3.22)$$

Através da intersecção do diâmetro passando pela ressonância com a circunferência modal, resulta um ponto, ao qual as coordenadas correspondem à constante complexa  $(B_{ij})_k$ .

### 3.2.2.3 Métodos MDOF no domínio da frequência

Apesar dos métodos *SDOF* serem em modo geral de mais fácil compreensão, existem limitações no seu uso. Por isso, é importante ter uma noção sobre os métodos *MDOF*, que estimam em simultâneo vários graus de liberdade.

Nos casos em que não existe uma clara separação entre os vários modos de vibração, devido a um amortecimento alto, ou também quando existe um amortecimento demasiado baixo, existe a necessidade do uso deste tipo de métodos de identificação. Estes métodos caracterização por permitir um ajuste integral da *FRF*, em apenas uma etapa (Ewins, 2000).

Atualmente, verifica-se uma grande diversidade de métodos *MDOF*, de complexidade crescente, e não é do âmbito deste trabalho entrar em grande detalhe, portanto serão apenas distinguidas as várias abordagens em que estes métodos se baseiam.

Um grande passo para os métodos de identificação *MDOF* no domínio de frequência, foi o aparecimento do método *RFP* (*Rational Fraction Polynomials method*), apresentado pela primeira vez por Richardson & Formenti (1982). O método de identificação *RFP*, baseia-se no princípio, que as funções de frequência no domínio da frequência medidas, num sistema dinâmico linear, podem ser representadas matematicamente pela divisão entre dois polinómios, tal que:

$$H_{ij}(\omega) = \frac{a_0 + a_1 s^1 + a_2 s^2 + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s^1 + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n} = \frac{\sum_{k=0}^m a_k s^k}{\sum_{k=0}^n b_k s^k}; s = i\omega \quad (3.23)$$

No processo de ajuste da expressão analítica aos dados experimentais são determinados os coeficientes do numerador,  $(a_k, k=0, \dots, m)$ , e do denominador,  $(b_k, k=0, \dots, n)$ . O ajuste pode ser feito através de uma técnica de mínimos quadrados, resolvendo um conjunto de equações lineares em relação aos coeficientes (Richardson & Formenti, 1982).

O processo conducente à determinação dos coeficientes é descrito de uma forma detalhada no trabalho original de Richardson & Formenti (1982), e também em Caetano (1992) onde para uma melhor implementação numérica são usados polinómios ortogonais, ou polinómios de Forsythe.

Outra forma de descrever a *FRF*, que é descendente da expansão das frações parciais da equação (3.23), é chamada a forma de fração parcial ou parametrização polo-resíduo, tal que:

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{k=1}^N \left[ \frac{r_k}{s-p_k} + \frac{r_k^*}{s-p_k^*} \right]; s = i\omega \quad (3.24)$$

onde, as constantes  $r_k$  têm o nome de resíduos,  $p_k$  são os polos, ambos em pares de complexos conjugados, que se relacionam-se com as componentes dos modos de vibração e com as frequências de ressonância e coeficientes de amortecimento.

Em 1985, o método *RFP* é adaptado para ser um método global, fazendo um ajuste a várias *FRFs* em simultâneo, em *Global Curve Fitting of Frequency Response Measurements using Rational Fraction Polynomials Method* por Richardson & Formenti (1985).

Ainda durante o ano de 1985, terá surgido o primeiro método de identificação *MIMO* no domínio da frequência, chamado de *Frequency Domain Polyreference (FDPR)*, e ainda um outro método denominado de *FD Direct Parameter Identification*.

A maior parte dos métodos evoluíram de métodos *SISO* para métodos *SIMO* e *MIMO*, de complexidade crescente e usando mais dados experimentais em simultâneo. Uma revisão dos desenvolvimentos dos métodos de identificação é feita por Zhang (2004).

Por outro lado, houve também métodos de identificação no domínio do tempo que foram posteriormente adaptados ao domínio da frequência, como as adaptações do método *Eigensystem Realization Algorithm (ERA)* e *Complex Exponential (CE)*.

Mais recentemente, têm sido propostos melhoramentos nas técnicas já existentes um exemplo é o método *PoliMAX* (Peeters, et al., 2004), integrado em softwares comerciais, baseado no método *Polyreference least-squares complex frequency-domain*.

### 3.2.3 Métodos no domínio do tempo

Os métodos de identificação no domínio do tempo, contrariamente aos métodos no domínio da frequência, utilizam os dados recolhidos diretamente no tempo em vibração livre, excitação aleatória, ou fazendo uso das funções de resposta impulsiva (*IRF*).

Em meados dos anos 70, apareceram dois importantes métodos no domínio do tempo, o método *Complex Exponential (CE)*, mas tarde reformulado numa versão *SIMO*, *Least Squares Complex Exponential (LSCE)*, e o método *Ibrahim Time Domain (ITD)*.



Em meados do ano de 1985, é desenvolvido o método *Eigensystem Realization Algorithm*, por Juang e Pappa. Este método geralmente conhecido pelas iniciais *ERA* foi baseado nos métodos de identificação de sistemas e parte da formulação de estado.

O método de *Ibrahim Time Domain* parte da equação característica para um sistema dinâmico, governado pela vibração livre:

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx &= 0 ; \\ \lambda^2 M + \lambda C + K &= 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

As soluções para equação característica (3.25) assumem a forma geral:

$$x(t) = \psi e^{\lambda t} \quad (3.26)$$

onde  $\psi$  e  $\lambda$  são ambos reais para um sistema sobreamortecido e complexos para um sistema subamortecido, aparecendo em pares conjugados. As raízes para a equação característica de um sistema subamortecido, mais comum, são dadas na equação (3.27).

$$\lambda = -\sigma \pm i\omega_d ; \omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega_d^2} ; \xi = \frac{\sigma}{\omega_n} \quad (3.27)$$

Para um sistema de  $n$  graus de liberdade, a equação (3.26) toma a forma descrita em (3.28), para um instante de tempo  $t_j$ .

$$x_i(t_j) = \sum_{k=1}^{2n} \psi_{ik} e^{\lambda_k t_j} \quad (3.28)$$

A partir da equação (3.28), que descreve as respostas no domínio do tempo, e recorrendo a manipulações matemáticas, usando relações entre amostras recolhidas em diferentes tempos, e posteriormente resolvendo um problema de valores e vetores próprios, é possível extrair as propriedades dinâmicas do sistema. Este processo constitui uma das primeiras abordagens do método *ITD* desenvolvidas por Ibrahim & Mikulcik (1976).

O método *CE* parte das funções de resposta impulsiva, que tem a mesma forma da equação (3.26).

Assumindo que as repostas são recolhidas em  $2n+1$  instantes, pode escrever:

$$x_i(t_0) = \sum_{k=1}^{2n} \psi_{ik}; \quad x_i(t_1) = \sum_{k=1}^{2n} \psi_{ik} e^{\lambda_k \Delta t_j}; \quad \dots; \quad x_i(t_{2n}) = \sum_{k=1}^{2n} \psi_{ik} e^{\lambda_k 2n \Delta t_j} \quad (3.29)$$

ou de uma forma mais condensada dada na equação (3.30).

$$x_i(t_0) = \sum_{k=1}^{2n} \psi_{ik}; \quad x_i(t_1) = \sum_{k=1}^{2n} \psi_{ik} V_k; \quad \dots; \quad x_i(t_{2n}) = \sum_{k=1}^{2n} \psi_{ik} V_k^{2n}; \quad (3.30)$$
$$V_k = e^{\lambda_k \Delta t_j}$$

As incógnitas  $V_k$  e  $\psi_{ik}$  são resolvidas a partir do método de Prony, que estipula que no caso de  $V_k$  aparecer sobre a forma de pares de valores complexos conjugados, existe um polinómio de ordem  $l$  ( $l=2n$ ) com coeficientes reais  $\beta$ , pode-se definir a equação (3.31).

$$\beta_0 + \beta_1 V_k + \beta_2 V_k^2 + \dots + \beta_{2n} V_k^{2n} = 0 \quad (3.31)$$

Através de manipulações matemáticas entre a equação (3.30) e (3.31), chega-se à equação (3.32).

$$\sum_{j=0}^{2n} \beta_j x_i(t_j) = 0 \quad (3.32)$$

A partir da escrita da equação (3.32) sobre a forma matricial é possível calcular os coeficientes  $\beta$  e seguidamente chegar as frequências naturais, amortecimento e resíduos  $\psi_{ik}$ . Sendo estas as equações base do método *CE*, este método é transformado para *SIMO*, designado por *LSCE* (*Least Square Complex Exponential*), e *MIMO*, o *PRCE* (*Poly Reference Complex Exponential*).

### 3.2.3.1 Métodos de Identificação com base estatística

Até agora foram referidos métodos determinísticos no domínio da frequência e do tempo, contudo durante o processo de obtenção e processamento de dados estes métodos estão sujeitos a erros que enviesam os resultados. Um dos problemas existe quando os sinais obtidos estão contaminados com ruído. Para lidar com esses problemas surgiram métodos mais avançados que trabalham sob uma base estatística.

Os métodos determinísticos ajustam um modelo teórico aos dados experimentais minimizando os erros entres estes, geralmente através de técnica de mínimos quadrados.

Uma abordagem comum no domínio da frequência é o uso do método de máxima verossimilhança (*Maximum Likelihood Estimator*), usando uma função de verossimilhança como função de custo. Outra alternativa é a introdução da matriz de covariância como função de custo no método dos mínimos quadrados, implementado nos métodos *Weighted Generalized Total LSE*, *Iterative Weighted Total LSE*, *Weighted Nonlinear LSE*, e *Logarithmic Weighted LSE* (Zhang, 2004).

### 3.3 Métodos de Identificação Output-Only (O/O)

A análise modal operacional começou a ganhar maior relevo principalmente na área de engenharia civil. Dado que a engenharia civil envolve o estudo de estruturas de grande porte, é de grande dificuldade realizar testes de vibração forçada, pois envolvem equipamentos de grande dimensão para poder excitar este tipo de estruturas.

A análise modal operacional consiste em identificar as características dinâmicas, usando apenas as medições das respostas das estruturas, sob condições normais de operação, i.e., sujeitas à excitação natural ou ambiental.

Vários ensaios em estruturas de porte de engenharia civil têm sido conduzidos usando ensaios de vibração ambiente. A nível nacional, distinguem-se os trabalhos da identificação da ponte Vasco da Gama (Cunha, et al., 2004), ensaios na cobertura do estádio de Braga (Magalhaes, et al., 2008), entre outros.

Atualmente, a análise modal operacional é amplamente usada para identificação dos danos estruturais e sistemas de monitorização em tempo real para estudo da “saúde” das estruturas,

nesta área refere-se o trabalho de identificação de danos em estruturas de alvenaria (Ramos, 2007).

Os métodos de Identificação *Output-Only* seguem a mesma classificação dos métodos *Input-Output*, abordada na Secção 3.2.1, até porque como se verá de seguida, muitos dos métodos *Output-only* derivam dos métodos *Input-Output*, distinguindo-se a componente estocástica da excitação.

### 3.3.1 Métodos de Identificação (O/O) no domínio da frequência

Um dos métodos mais simples de identificação *output-only* é técnica *Basic Peak Picking (BPP)*, derivada dos métodos input-output, contudo em vez do uso das *FRFs*, é usada a matriz de funções de densidade espectral da resposta.

Apesar de ter sido aplicado anteriormente, é devido ao trabalho de Felber (1993), que este método é descrito de uma forma mais sistematizada.

A matriz de funções de densidade espectral da resposta,  $G_{yy}$ , e a matriz das *FRFs*,  $H$ , relacionam-se de acordo com a equação (3.33).

$$G_{yy}(i\omega) = \overline{H}(i\omega)G_{xx}(i\omega)H(i\omega)^T \quad (3.33)$$

onde  $G_{xx}$  denota a matriz de densidade espectral da excitação,  $\overline{H}$  é a matriz das *FRFs* conjugada, e o subscrito  $T$  significa a transposta da matriz.

No caso de a excitação ser um ruído branco do tipo Gaussiano, isto é um sinal que no limite excita todas as frequências com igual amplitude, as funções de densidade espectral da excitação  $G_{xx}$  podem-se admitir constantes, o que relaciona as densidades espectrais de resposta como proporcionais às funções de resposta em frequência a uma constante  $C$ .

Desta maneira, é possível identificar as frequências de ressonâncias através dos picos da amplitude das funções de densidade espectral de resposta.

Tal como no caso dos métodos *input-output*, as funções de densidade espectral da resposta podem ser estimadas a partir da medição das vibrações, em vários locais ao longo da estrutura. Após a aquisição dos sinais de resposta no domínio do tempo, estes são divididos

em  $n$  amostras, é lhes aplicada uma janela de dados a cada, e calculadas as respectivas transformadas discretas de Fourier. Por fim, é determinada a média para se obter as estimativas alisadas das funções de densidade espectral.

De modo a condensar a informação contida em cada uma das estimativas das funções de densidade espectral, Felber (1993) propôs o uso de uma média normalizada das funções de densidade espectral (ANPSD), calculadas de acordo com as expressões (3.34).

$$ANPSD(f_k) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l NPSD_i(f_k) ; \quad (3.34)$$

$$NPSD_i(f_k) = \frac{PSD_i(f_k)}{\sum_{k=0}^n PSD_i(f_k)}$$

Em que  $l$  corresponde ao número de funções de espectros usados no calculo da média, e  $n$  o numero de frequências usadas.

Rodrigues (2004) sugere uma maneira alternativa de normalizar os espectros, que em vez de dividir os espectros pela sua área, multiplica por um fator proporcional à sua área a dividir pela soma das áreas de todos espectros correspondentes a um mesmo ensaio, com o objetivo de dar um menor peso aos espectros dos registos com menor relação sinal-ruído, i.e., em que a vibração tem menor amplitude, esta abordagem está descrita na equação (3.35), na nomenclatura usada por Felber.

$$NPSD_i(f_k) = PSD_i(f_k) \frac{\sum_{k=0}^n PSD_i(f_k)}{\sum_{j=1}^l [\sum_{k=0}^n PSD_j(f_k)]} \quad (3.35)$$

As componentes modais podem ser estimadas recorrendo às chamadas funções *FRF* de transmissibilidade, tratando-se de relações entre espectros que apenas envolvem apenas as respostas de um sistema, ao contrário das convencionais *FRF*, que são a razão entre os espectros das respostas e da excitação, processo explicado por Rodrigues (2004).

A estimativa do amortecimento pode ser obtida pelo método da meio potência, já descrito nos métodos input-output, ou alternativamente recorrendo ao ajuste de um espectro analítico na proximidade dos picos de ressonância das funções de densidade espectral.

O método *Basic Peak Picking (BPP)*, como é um método *SDOF*, apenas pode dar estimativas razoáveis nos casos em que os modos se encontram bem separados, ainda assim é um método suscetível a erros e imprecisões.

Um método mais rigoroso no domínio da frequência é proposto sob o nome de *Frequency Domain Decomposition* (FDD), apresentado por Brincker, et al. (2001).

A partir da equação (3.33), sobre a suposição de uma excitação de ruído branco independente, i.e., de uma matriz de excitação diagonal e modos de vibração ortogonais, pode-se escrever a seguinte equação (3.36).

$$G_{yy}(i\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{d_k \phi_k \phi_k^T}{i\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{d}_k \bar{\phi}_k \bar{\phi}_k^T}{i\omega - \bar{\lambda}_k} \quad (3.36)$$

onde, as funções de densidade espectral de resposta são escritas como o somatório das contribuições de  $n$  modos, sendo  $\lambda_k$  denominados de pólos e são relacionados com as frequências naturais e amortecimento do sistema, tal como é dado na equação (3.37),  $\phi_k$  é o vector contendo as componentes modais do modo  $k$ , e  $d_k$  é uma constante escalar.

$$\lambda_k = -\xi_k \cdot \omega_k + i \cdot \sqrt{1 - \xi_k^2} \cdot \omega_k \quad (3.37)$$

O algoritmo subjacente ao método FDD baseia-se na decomposição de valores singulares da matriz das estimativas das funções de densidade espectral de resposta a cada valor discreto de frequência, tal como está expresso na equação (3.38).

$$\hat{G}_{yy}(i\omega_j) = U_j S_j U_j^H \quad (3.38)$$

onde a matriz  $U_j$ , contém os vectores singulares,  $S_j$  é uma matriz diagonal que contém os valores singulares. Na proximidade de um pico correspondente a um modo de vibração  $k$ , e caso este modo seja dominante, o somatório da expressão (3.36) passa a ter uma parcela dominante, podendo as outrasserem desprezadas, e nesse caso o vetor singular correspondente ao primeiro valor singular, e é uma estimativa do modo de vibração do modo  $k$  (Brincker, et al, 2001).

Por outro lado, os valores singulares relacionam-se com as ordenadas de um espectro de um grau de liberdade com os mesmos parâmetros modais que os modos que contribuem para a resposta do sistema *MDOF* analisado.

A primeira geração do algoritmo *FDD* apenas estimava as frequências de ressonância e os modos de vibração, porém posteriormente este método é estendido para o chamando *Enhanced FDD* ou *EFDD*, que usando os valores singulares perto dos picos e transferindo para o domínio do tempo, calcula uma estimativa da função de correlação do modo analisado. Através da técnica do decremento logarítmico é possível estimar o amortecimento de cada modo.

Para a medição da correlação entre dois modos de vibração é usual o recurso ao critério *MAC*, calculado através da expressão (3.39), dando um valor que varia entre zero e a unidade. Assumindo o valor unitário quando os modos comparados são semelhantes ou proporcionais e zero quando são totalmente ortogonais.

$$MAC_{\phi_1, \phi_2} = \frac{(\phi_1^T \phi_2)^2}{(\phi_1^T \phi_1)(\phi_2^T \phi_2)} \quad (3.39)$$

O parâmetro *MAC* tem tido diversos usos na história da análise modal. Neste contexto é usado para selecionar pontos com configurações modais semelhantes na vicissitude do pico de ressonância identificado. Contudo, outro importante uso do *MAC* é a comparação entre os modos de vibração de modelos numéricos e os modos de vibração resultantes dos ensaios de vibração das estruturas reais.

O método *FDD* ou o mais completo *EFDD* têm sido amplamente usados na identificação modal estocástica, por serem métodos simples e eficientes em grande parte das suas aplicações. Estes métodos estão também integrados na maioria dos *softwares* comerciais, como no caso do software *ARTEMIS* (SVS, 2011).

Ainda mais recentemente, têm surgido propostas de melhoramentos na técnica original *EFDD*, no sentido da eliminação da influência de componentes harmónicos por Brincker et al. (2007) e a aplicação da técnica decaimento aleatório (*Random Decrement Technique*), no melhoramento dos espectros usados na técnica *FDD* por Rodrigues, et al. (2004).

Em meados de 2005, é também proposto outra variante do método *FDD*, o chamado *Frequency-Spatial Domain Decomposition FSDD*, desenvolvido por Zhang, et al. (2005). Este método *FSDD* distingue-se do método *FDD/EFDD* na obtenção do amortecimento: em vez de recorrer uso da transformada inversa de Fourier, faz uso das propriedades de

ortogonalidade entre modos de vibração, evidência cada modo nas funções de densidade espectral e posteriormente acerta uma função *SDOF* ainda no domínio da frequência.

Ainda no domínio da frequência, existe a possibilidade do uso de métodos de identificação apresentados no contexto *input-output*, tais como os métodos *RFP*, *Maximum Likelihood (ML)*, *p-LSCF*, entre outros, que podem ser adotados para o contexto da análise modal operacional, onde em vez de recorrerem a matriz de *FRFs*, esta é substituída pela matriz de funções de densidade espectral da resposta (Zhang, 2004).

### 3.3.2 Métodos de Identificação (O/O) no domínio do tempo

Neste subcapítulo apenas será feita uma apresentação breve de alguns métodos relevantes no domínio do tempo no contexto *output-only*, com base no artigo publicado por Zhang (2004).

Tal como foi apresentado para os métodos *input-output*, os métodos no domínio do tempo funcionam diretamente com os registos no domínio do tempo. Contudo, há que distinguir, antes de mais, dois tipos de métodos: os que funcionam em duas etapas e os métodos de uma só etapa. Os métodos de duas etapas recorrem, numa primeira fase, à estimação das chamadas funções de resposta temporal (*TRF*), seguindo-se uma segunda fase, onde são extraídos os parâmetros modais.

As funções de resposta temporal têm a propriedade de se poderem exprimir num somatório de sinusoides com um decaimento exponencial, i.e., podem ser decompostas em contribuições individuais de cada modo de vibração. A função de resposta impulsiva (*IFR*), resposta em vibração livre, bem como a função de correlação exibem esta propriedade. No caso *input-output*, as *IFRs* podem ser obtidas através da função inversa do algoritmo *FFT* da estimativa das funções de resposta no domínio da frequência (*FRF*).

Para o caso *output-only*, estas podem advir da resposta a ensaios de vibração livre, com uma excitação transiente, ou no caso de uma excitação estocástica, é recorrente o uso das funções de correlação, que podem ser obtidas através da aplicação do inverso da *FFT* às estimativas das funções de densidade espectral, ou diretamente da resposta estocástica via correlograma.

Em meados dos anos de 1990, surge uma técnica *Natural Excitation Technique (NExT)*, que faz uso das funções de correlação para extrair os parâmetros modais.



Por outro lado, os métodos *PRCE*, *ITD*, *ERA* apresentados no contexto da análise modal experimental tradicional são também utilizados no contexto da análise modal operacional devido às semelhanças entre as várias funções de resposta temporal.

Nos anos 90 surge, também, relacionada com a engenharia de sistemas e de controlo, a técnica *Subspace-based state-space system identification (4SID)*, que oferece um algoritmo numericamente viável e eficiente, baseado no modelo de estado, para a identificação de sistemas dinâmicos através da informação medida. Esta técnica é adaptada ao contexto *output-only*, aos sistemas sujeitos a uma excitação estocástica, ficando conhecida como *Stochastic Subspace Identification technique (SSI)*.

Existem, contudo, duas grandes abordagens à técnica *SSI*: a *SSI-COV* e a técnica *SSI-DATA*. Dentro destas existem três outras variantes: método *UPC (Unweighted Principal Components)*, *PC (Principal Components)* e método *CVA (Canonical Variate Analysis)*.

Para um maior aprofundamento da técnica *SSI* é recomendado o trabalho desenvolvido por Overschee & Moor (1996), e também mais recentemente por Brincker & Andersen (2006).

A diferença entre o método *SSI-COV* e *SSI-DATA*, é que o primeiro é um método de duas fases, recorrendo a matriz de correlações ou covariância das respostas, enquanto o método *SSI-DATA* parte diretamente dos registos das respostas recolhidas, sendo o primeiro mais rápido e mais compreensível, enquanto o segundo tem a vantagem de possuir um melhor pós-processamento da informação (Magalhães & Cunha, 2011).

Para além dos métodos já apresentados, existem ainda os métodos que recorrem a modelos *ARMAV* (autorregressivos de média móvel), e *ARV* (modelos vetoriais regressivos). Contudo são métodos que requerem um grande esforço computacional, e que com o aparecimento do método *SSI-DATA*, têm perdido interesse (Rodrigues, 2004).

### 3.3.3 Normalização dos modos de vibração

Um dos principais problemas da análise modal operacional é a normalização dos modos de vibração em relação a matriz de massa, devido à falta de informação da excitação. Em geral, não é necessário normalizar os modos em relação à matriz de massa, mas para certas

aplicações, tais como algumas técnicas de identificação de dano em estruturas ou a identificação da massa modal, tal é estritamente necessário.

Para solucionar este problema existem procedimentos experimentais que permitem normalizar os modos com os resultados das técnicas de output-only, tal como o método da alteração de massa por Parloo, et al. (2005) e Brincker, et al. (2004).

O método de alteração de massa consiste na realização de vários ensaios de vibração ambiente, em que a massa é alterada em vários graus de liberdade e permite extrapolar o valor dos modos de vibração da estrutura escalados em relação a massa original.

Uma aplicação deste método é feita por Parloo et al (2005) numa ponte, comparando ensaios de vibração forçada e vibração ambiente com aplicação do método de alteração de massa, validando desta forma este método.

Aenlle, et al. (2005) fazem também uma comparação sobre diferentes abordagens ao método de mudança de massa, simulando numericamente num sistema dinâmico simples e tirando conclusões sobre a precisão do método, com uma variação de massa da ordem dos 10%.

## Capítulo 4

### DIMENSIONAMENTO DO EXCITADOR

No capítulo anterior, foram apresentadas as técnicas experimentais usadas no âmbito dos ensaios de vibração, nomeadamente os ensaios *input-output* e os ensaios *output-only*.

Foi visto que nas estruturas de engenharia civil, os ensaios forçados têm a desvantagem de necessitarem de grandes equipamentos para uma excitação conveniente, e que nas técnicas *output-only* é ainda complicado extrair os modos de vibração escalados em relação à matriz de massa. Porém, estes podem ser obtidos através de técnicas que envolvem a alteração das propriedades da estrutura, tais como alteração da massa ou da rigidez, que requerem maquinaria pesada para serem executados em grandes estruturas.

Neste capítulo, é explorada a possibilidade da criação de um equipamento de excitação aplicável em estruturas de engenharia civil ajustado à tecnologia atual, ou seja a criação de um equipamento de dimensões reduzidas e otimizadas, prático e versátil de se utilizar, especialmente vocacionado para aplicar pequenas e controladas vibrações para que seja possível aplicar técnicas de identificação *input-output*.

Para tal será apresentado um estudo numérico recorrendo a modelos de estruturas de engenharia civil, onde será simulada a excitação e a correspondente resposta, de modo a avaliar as características ideais para tal excitador.

A parte correspondente à concretização e ao desenvolvimento da máquina será executada em colaboração com o Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho.

#### 4.1 Tipologia do excitador

No Capítulo 3, foram apresentados vários tipos de equipamentos utilizados como possíveis mecanismos de excitação forçada normalmente usados em ensaios dinâmicos. Tendo em conta as vantagens e desvantagens de cada tipo de mecanismo de excitação, os excitadores de massas excêntricas são os que mais se adequam ao pretendido, pois são equipamentos simples, de grande versatilidade, que podem aplicar forças sinusoidais, sendo possível variar a amplitude e a direção da força aplicada na estrutura.

Contudo, têm como desvantagem, o facto da amplitude da força variar com a frequência de rotação das massas, o que faz com que a amplitude da força seja muito reduzida para as baixas frequências e vice-versa.

Na Figura 4.1 são apresentados vários exemplos de excitadores de massas excêntricas, utilizados em ensaios forçados em estruturas.



a)



b)



c)



d)

Fig. 4.1 – Imagens de excitadores de massas excêntricas; a) Excitador usado em testes de vibração forçada em edifícios ([www.nees.ucla.edu](http://www.nees.ucla.edu), 2012); b) Excitador desenvolvido pela “Wroclaw University of Technology” na identificação dos parâmetros modais em pontes ferroviárias (Zwolski et al, 2007) c) excitador desenvolvido na FEUP para aplicação de forças horizontais em pontes e barragens (Caetano, 1992); d) Excitador usado na *Torre Civica di Portogruaro* (Universidade de Trento, 2002)

O primeiro excitador (ver Figura 4.1a), é um equipamento da *UCLA (University of California, Los Angeles)* de grandes dimensões, capaz de aplicar forças de pico de cerca de 400 kN e operar numa gama de frequências até 25 Hz. Este equipamento foi utilizado em ensaios forçados num edifício de quatro andares levado a cabo por Yu, et al. (2008).

Na Figura 4.1b encontra-se ilustrado outro exemplo de um excitador de massas excêntrico, desenvolvido na *Wroclaw University of Technogy*. Tem a peculiaridade de ter sido desenhado para a aplicação de forças dinâmicas em pontes ferroviárias, sendo constituído com uma estrutura de suporte diretamente sobre os carris. Os sensores de medição da força encontram-se instalados na zona de fixação do excitador aos carris. Este excitador é capaz de aplicar uma força variável até 10 kN numa gama de frequência entre 1 e 22 Hz. O excitador foi aplicado em casos reais por Zwolski, et al. (2007), alcançando bons resultados em termos de relação sinal-ruído dos sinais adquiridos.

O terceiro equipamento (Figura 4.1c) foi desenvolvido na Faculdade de Engenharia do Porto, destinado a ser empregue em estruturas de grande porte, nomeadamente pontes e barragens. É constituído por duas massas de 22 kg que podem ser colocadas com diferentes posições permitindo diferentes raios de rotação de 25cm até 36cm, que são postas a girar com um motor de 3 kW, é capaz de operar numa gama de zero a 10 Hz, aplicando uma força máxima de cerca de 25 kN, pesando cerca de 250 kg (Caetano, 1992). Este equipamento tem a desvantagem de apenas poder aplicar horizontais, dado a configuração do plano de rotação das massas excêntricas.

Por fim, é apresentado na Figura 4.2d outro exemplo de um excitador de massas excêntricas aplicado numa identificação dinâmica de uma ponte de betão armado em Itália, levado a cabo por Noro, et al. (2007). O equipamento comporta massas excêntricas com pesos de cerca de 2 a 8 kg com uma excentricidade de cerca de 150 mm. É um equipamento simples que tem a vantagem de excitar em duas direções, dependendo da posição como é montado.

## 4.2 Funcionamento e definição dos parâmetros a dimensionar

Uma massa excêntrica sujeita a um movimento circular com uma variação da velocidade angular  $\omega$  constante,  $\alpha$ , gera uma força, que pode ser dividida em duas componentes. Uma componente tangencial à trajetória circular,  $F_t$ , proporcional à aceleração da velocidade

angular  $\alpha$ , e uma componente normal à trajetória,  $F_n$ , proporcional a  $\omega^2$ , tal como é representado na Figura 4.2.

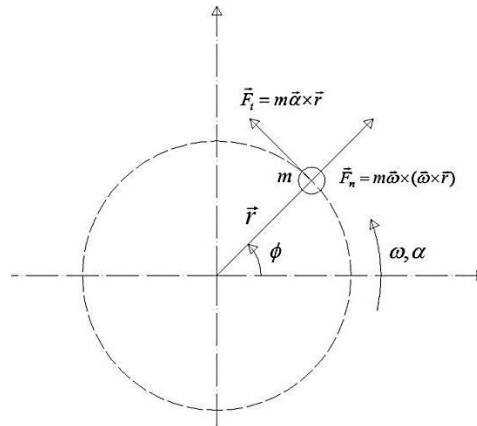


Fig. 4.2 – Representação esquemática das forças geradas no movimento de rotação de uma massa excêntrica

Contudo, para que se possa controlar a direção da força dinâmica gerada é necessário incluir uma segunda massa, a rodar em sentido contrário. Na Figura 4.3, está esquematizado o sistema com duas massas a rodar a velocidade angular constante  $\omega$ . As massas com velocidades angulares contrárias anulam dessa forma as componentes horizontais da força. A amplitude da força gerada pelo excitador é apresentada na equação (4.1).

$$F = 2m\omega^2 \sin(\omega t) \quad (4.1)$$

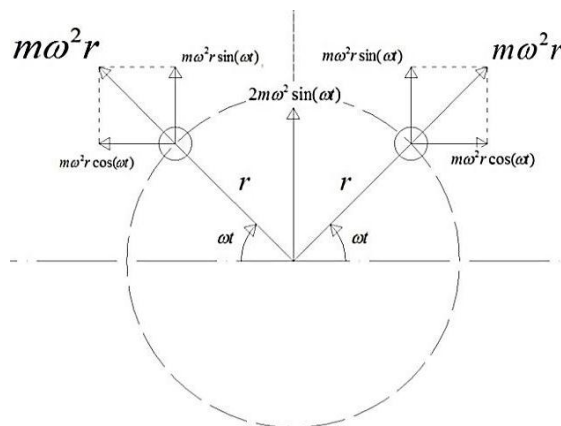


Fig. 4.3 – Esquema do funcionamento do excitador de massas excêntricas

É de salientar que no esquema da Figura 4.3, apenas entra a componente normal, resultante da aceleração centrífuga, pois é admitido que não existe variação da velocidade angular  $\omega$ , logo a aceleração angular é nula, ao contrário da situação apresentada na Figura 4.2. Só nas transições de rotação do sistema vai haver componente tangencial da força exercida pela massa em rotação, o que não é significativa para esta aplicação. Na Figura 4.4 está representado o gráfico que mostra a força harmônica gerada através do movimento das duas massas, como está representado no esquema da Figura 4.3, nas posições principais da massa em circulação.

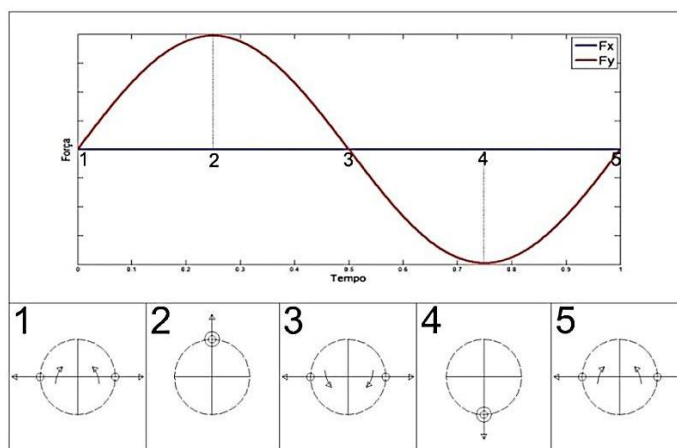


Fig 4.4 – Esquema representando a força harmônica produzida pelo movimento circular das duas massas

Partindo da posição horizontal as duas massas com um desfasamento de  $180^\circ$ , rodando em sentidos contrários, criam uma força harmônica na direção  $y$ , e uma força nula na direção  $x$ . Para se puder criar uma força harmônica apenas na direção  $x$ , as massas teriam de partir da posição vertical com um desfasamento igualmente de  $180^\circ$ .

Portanto, o dimensionamento do excitador consiste em determinar os valores ótimos para:

- a massa dos excêntricos;
- a dimensão da excentricidade;
- gama de frequência em que o excitador vai operar.

Estes valores têm de ser otimizados para um objetivo concreto, neste caso, objetivo será o de proporcionar uma excitação em estruturas, com um valor da amplitude que não seja demasiado baixo, inviabilizando dessa forma a captação da resposta da estrutura por parte dos

equipamentos de medição, e no outro extremo, que a excitação não seja demasiado forte, de modo, a evitar possíveis danos às estruturas que se pretendem testar.

Com o objetivo de determinar a força mínima necessária para excitar convenientemente estruturas de médio porte de engenharia civil, foi conduzido um estudo numérico, em que se simulou a resposta de uma estrutura a um sinal de excitação simulando um excitador de massas excêntricas, tendo sido repetida a simulação para várias combinações dos parâmetros a determinar, nomeadamente a massa dos excêntricos e a distância da excentricidade.

### 4.3 Dimensionamento do excitador

Um dos objetivos do excitador é poder ser usado na identificação das características dinâmicas de estruturas históricas, de modo a que se possam eventualmente identificar o estado de preservação ou seu nível de dano.

Portanto, o dimensionamento incide na simulação de uma torre de alvenaria com características que retratam construções históricas existentes no país, com as mais comuns tipologias, tais como torres sineiras de igrejas (ver Figura 4.5).

Vários estudos dinâmicos têm sido realizados neste tipo de estruturas: Ramos (2007); Alaboz (2009); e Júlio et al. (2008).



a)



b)



c)

Fig. 4.5 – Imagens de torres sineiras: a) Torre de Mogadouro (Ramos, 2007); b) Torre da Universidade de Coimbra (Júlio, et al., 2008); c) Igreja de S. Torcato (Alaboz, 2009).



Para o dimensionamento do excitador foi criado um modelo usando o programa SAP2000 de uma torre com características geométricas semelhantes à Torre de Mogadouro (ver Figura 4.5a). Como o âmbito do estudo era ter uma ideia da ordem de grandeza do efeito do excitador artificial na torre, usou-se um modelo simplificado com elementos barra e uma análise elástica, sendo admitida uma secção constante em altura da torre, tal como se apresenta na Figura 4.6.

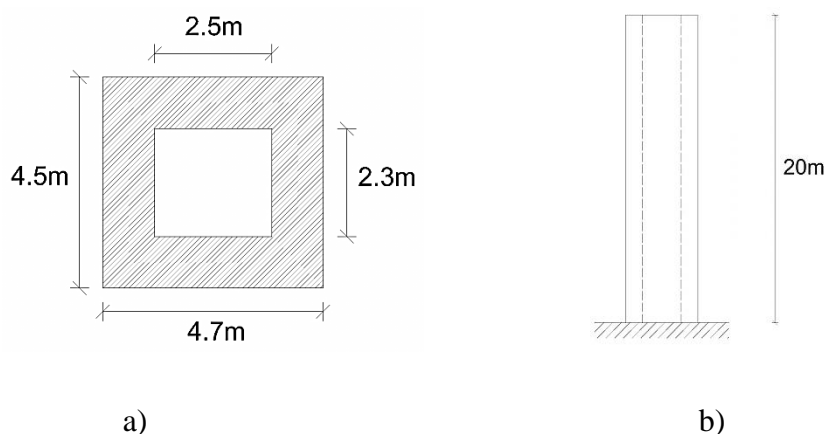


Fig. 4.6 – Características geométricas do modelo Torre; a) secção transversal; b) vista frontal da Torre

A Torre do Relógio de Mogadouro é construída em alvenaria de pedra irregular, um material heterogéneo.

Para uma modelação mais precisa da estrutura seria necessário um modelo complexo, com comportamento não-linear, tal como é abordado por Lourenço (1996). Contudo e como o que era pretendido era uma simples simulação dinâmica para obter uma ordem da grandeza dos deslocamentos, velocidades e acelerações neste tipo de estrutura, optou-se por um modelo linear, em que alvenaria foi simulada com um material homogéneo e isotrópico.

O modelo elástico foi ajustado para que as frequências dos primeiros modos de vibração se aproximassem das frequências identificadas *in situ* por Ramos (2007).

Por outro lado, como a torre em termos de reposta dinâmica tem uma massa e uma rigidez distribuída ao longo do seu desenvolvimento em altura, esta deveria ser modelada como um sistema de massa e elasticidade distribuída com infinitos graus de liberdade. Para este tipo de formulação, Chopra (1995) contém algumas soluções analíticas para casos específicos, tais como para uma viga encastrada, cujos modos de vibração encontram-se apresentados na Fig.

4.7, e as primeiras quatro frequências naturais podem ser obtidas através das expressões em (4.2).

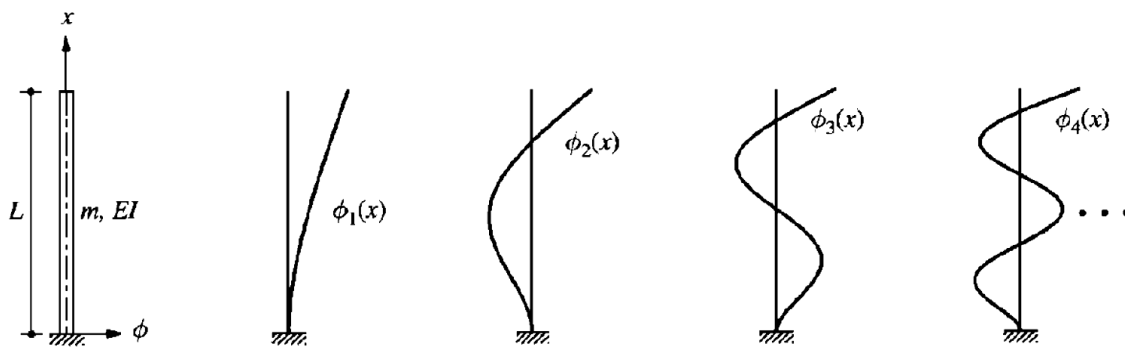


Fig. 4.7 – Modos naturais de vibração de uma viga uniforme encastrada, adaptado de Chopra (1995)

$$\omega_1 = \frac{3.516}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} ; \omega_2 = \frac{22.03}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} ; \omega_3 = \frac{61.70}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} ; \omega_4 = \frac{120.9}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (4.2)$$

As frequências naturais são obtidas através do módulo de elasticidade,  $E$ , pela inércia da secção,  $I$ , pela massa por unidade de elemento,  $m$ , e pelo comprimento total do elemento, dado por  $L$ .

Na Tabela 4.1 e Figura 4.8 encontram-se apresentados os dois primeiros modos de vibração identificados experimentalmente na Torre de Mogadouro por Ramos (2007). É de salientar que apenas se apresentam os modos com configurações modais possíveis de se comparar com o modelo simplificado - modos de vibração de flexão.

Tabela 4.1 – Dois primeiros modos de vibração identificados experimentalmente por Ramos (2007) da Torre de Mogadouro antes de ter sido requalificada

Modo de Vibração	$\omega$ [Hz]	$\xi$ [%]	Descrição
1º	2,15	2,68	1º modo de flexão (eixo x)
2º	2,58	1,71	1º modo de flexão (eixo y)

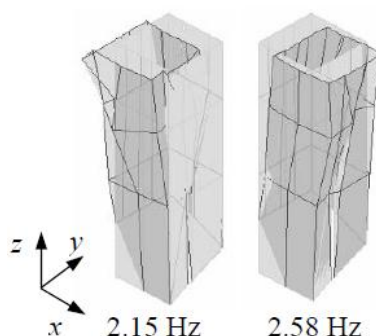


Fig. 4.8 – Imagens dos primeiros dois modos de vibração identificados experimentalmente da Torre de Mogadouro, adaptado de Ramos (2007)

A expressão (4.2) referente ao primeiro modo de vibração pode ser reescrita tendo como incógnita o módulo de elasticidade, tal como está expresso na equação (4.3)

$$E = \left( \frac{\omega_1 L^2}{3.516} \right)^2 \frac{m}{I} \quad (4.3)$$

Na Tabela 4.2 apresentam-se os cálculos feitos para a obtenção de um módulo de elasticidade equivalente à alvenaria da Torre de Mogadouro, para que os primeiro modo de flexão para duas direções do modelo numérico sejam aproximados à situação real. Em seguida, na Tabela 4.3 são apresentados os valores usados no modelo numérico.

Tabela 4.2 – Obtenção de um módulo de elasticidade através da equação (4.3), para os dois modos experimentais

<b>f [Hz]</b>	<b><math>\omega</math> [rad/s]</b>	<b>I [m<sup>4</sup>]</b>	<b>Massa [Kg/m]</b>	<b>E [Gpa]</b>
2,15	13,51	33,16	38500	2,74
2,58	16,21	35,94	38500	3,64
<b>E<sub>médio</sub></b>				<b>3,19</b>

Tabela 4.3 – Propriedades do material usado no modelo numérico

Peso específico [KN/m <sup>3</sup> ]	25,0
Coeficiente de Poisson	0,2
E (módulo de Young) [GPa]	3,0

Em simultâneo com o modelo realizado no programa SAP2000 (CSI, 2009), foi programado em Matlab (2010) o método de Newmark para sistemas lineares, com o objetivo de também calcular e comparar a resposta dinâmica do modelo da torre. O método de Newmark permite calcular a resposta de uma estrutura para qualquer tipo de ação dinâmica. Para tal é necessário discretizar a estrutura em vários graus de liberdade.

Na Figura 4.9 está ilustrado o modelo de 20 graus de liberdade, em que a massa encontra-se concentrada discretamente a cada metro. A força do excitador atua no primeiro grau de liberdade, no topo da torre.



Fig. 4.9 – Modelo da torre discretizado em 20 graus de liberdade

Na Figura 4.10 encontra-se graficamente ilustrado o sinal que o excitador de massas excêntricas com massas de 1 kg, afastadas 10 cm do eixo de rotação, e com uma aceleração angular de  $1 \text{ rad/s}^2$  provoca. É visível na Figura 4.10 a variação da amplitude com a variação frequência ao longo do tempo, que é proporcional ao quadrado desta.

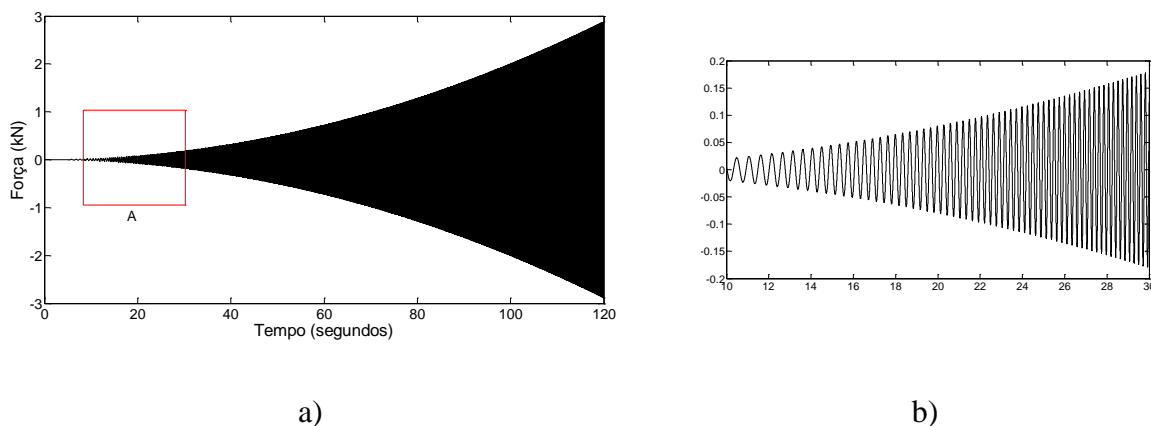


Fig. 4.10 – a) Gráfico da força produzida ao longo da simulação do excitador de massas para uma massa = 1 kg, excentricidade = 0.1 m e  $\alpha = 1 \text{ rad/s}^2$ ; b) ampliação da zona A delimitada a vermelho do gráfico da alínea a)

De salientar que no método Newmark foi usada uma matriz de rigidez de um modelo idêntico ao desenvolvido em Sap2000, i.e., modelo de barras linear mas calculado através do programa *ftool* (Martha, 2012).

O sinal simulado do excitador de massas excêntricas foi incorporado no modelo numérico da torre como uma carga dinâmica ao nível do topo da torre, onde seria realizado o ensaio dinâmico numa possível situação real. Em termos de obtenção da resposta, foram consideradas duas possibilidades: a obtenção das acelerações no topo da torre e num nó a 1/4 da altura a partir da base. O primeiro será um ponto onde a torre terá maiores valores de aceleração, enquanto o segundo, ao contrário do primeiro, terá acelerações significativamente menores e será o limite inferior do estudo para os parâmetros da máquina.

Nas figuras seguintes, 4.11 e 4.12, são comparadas as respostas simuladas do modelo da torre em Sap2000 e pelo método de Newmark, do nó correspondente ao topo da torre para uma excitação simulada de um excitador de com massas de 1 kg, 0.1 m de excentricidade e uma aceleração angular de  $1 \text{ rad/s}^2$ . Depois de observar os gráficos pode-se notar que, um certo desfaseamento dos picos de ressonância para os dois modelos. Contudo, a ordem de grandeza em termos de acelerações encontra-se próxima, um pouco menor através do modelo, ao qual foi obtida a resposta através do método de Newmark. Na Figura 4.11b apresenta-se a ampliação da zona correspondente a ressonância do primeiro modo de vibração da Torre e os resultados são muito semelhantes para os dois modelos.

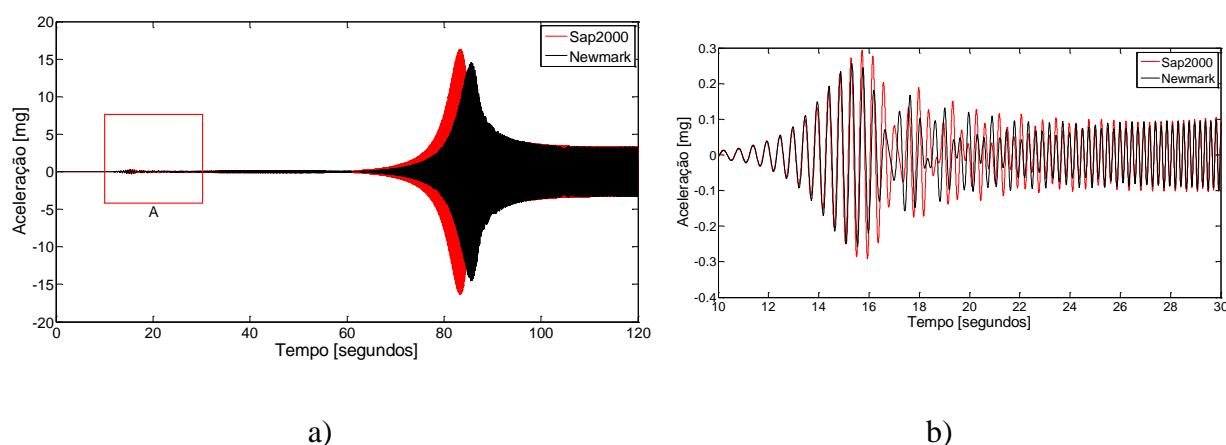


Fig. 4.11 – a) gráfico aceleração versus tempo, resultados do método de Newmark (a preto) e obtidos através do programa Sap2000 (a vermelho), para o topo da torre; b) ampliação da zona A delimitada a vermelho da Figura 4.10a

Por outro lado na Figura 4.12, onde é apresentado o gráfico em termos de deslocamentos para os dois modelos, verifica-se o mesmo comportamento do gráfico das acelerações, ainda assim, os resultados são muito semelhantes.

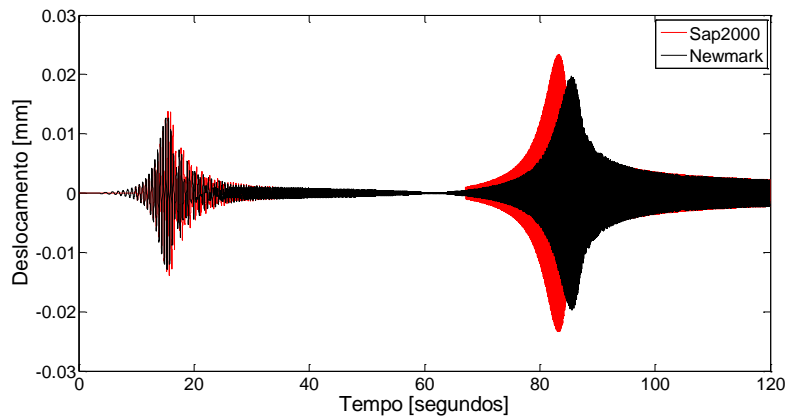


Fig. 4.12 – Gráfico deslocamento versus tempo, resultados do modelo em Newmark e em Sap2000, para o topo da torre

Na tabela 4.4, são comparados os valores obtidos pelas soluções analíticas dado por Chopra (1995) para vigas encastradas, simuladas como sistemas contínuos de massa e rigidez distribuídas uniformemente, com os modelos realizados em Sap2000 e em Newmark. É calculado o valor MAC entre os modos de vibração de diferentes origens para saber se os modos comparados se tratam da mesma configuração modal.

Analisando a tabela 4.4 verifica-se uma grande semelhança entre os vários métodos, apesar do modelo Sap2000 variar um pouco nas frequências dos modos mais altos, mas é de realçar que os valores MAC se encontram muito perto da unidade, indicando que os modos são muito semelhantes.

Tabela 4.4 – Comparação dos valores das frequências naturais calculadas pela Solução analítica, método de Newmark, e Sap2000 e valores MAC entre os vários modelos

Modos	f [Hz]			MAC		
	Newmark	Sap2000	Solução Analítica	Newmark e Sap2000	Newmark e Sol. Analítica	Sap2000 e Sol. Analítica
1	2,14	2,20	2,25	1,00	1,00	1,00
2	13,44	13,08	14,09	0,98	0,99	0,99
3	37,67	33,93	39,46	0,90	0,98	0,95
4	73,91	60,50	77,33	0,80	0,96	0,89

Depois da obtenção de um modelo numérico válido que possa dar a ordem de grandeza das acelerações, velocidades e deslocamentos numa situação de um ensaio forçado, é necessário, nesta altura, definir os valores máximos e mínimos admissíveis para o dimensionamento da máquina.

O critério para o valor mínimo será o valor de excitação que provoque uma aceleração na torre que possa ser captado pelos acelerómetros normalmente usados em ensaios dinâmicos. As características de sensibilidade e de resolução média dos acelerómetros típicos usados na análise modal experimental, usados nos laboratórios de Engenharia Civil da Universidade do Minho, encontram-se disponíveis na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Características principais dos acelerómetros da marca *PCB Piezotronics* tipicamente usados na análise modal experimental ([www.pcb.com](http://www.pcb.com))

Modelo	Sensibilidade [V/g]	Resolução (entre 1 a 10000Hz) [g rms]	Gama de medição [g]
PCB 352B	1,0	0,000080	±5,0
PCB 393B12	10,0	0,000008	±0,5
PCB 393B31	10,0	0,000001	±0,5

Portanto, o parâmetro que mais interessa das características dos acelerómetros apresentados na Tabela 4.5 para o estudo em causa é a resolução, dado que é a mais pequena variação da aceleração que o acelerómetro pode medir. Desta maneira a vibração forçada da estrutura em teste terá de ter uma aceleração sempre maior que a resolução para que o acelerómetro possa medir variações de aceleração.

Por outro lado, interessa também definir um valor de aceleração limite para a ação dinâmica forçada pela máquina em estruturas, para que estas não sejam danificadas. Por isso, é apresentado na Tabela 4.6 um estudo feito por Wald, et al. (1999) que correlaciona a aceleração de pico ao nível do solo com a Escala de Mercalli Modificada. Apesar da vibração forçada artificial não ser um sismo, nem atuar ao nível da base das estruturas, é uma ação que induz vibrações na estrutura e por isso de certa maneira o estudo de Wald, et al. (1999) pode dar uma ideia do valor máximo da aceleração induzida pelo excitador artificial na estrutura.

A escala de Mercalli modificada é uma escala qualitativa usada na determinação da intensidade dos sismos, que a partir dos efeitos do sismo sentido nas pessoas e pelo nível de

destruição das construções categoriza a ação sísmica. O seu uso neste trabalho permite avaliar uma aceleração máxima para uma estrutura de modo a evitar possíveis estragos.

Tabela 4.6 – Relação entre aceleração de pico ao nível do solo com a escala modificada de Mercalli, adaptado de Wald, et al. (1999)

<b>Escala de Mercalli Modificada</b>	<b>Aceleração sísmica (PGA) [g]</b>	<b>Percepção da vibração</b>	<b>Probabilidade de danos</b>
I	< 0,0017	Não sentida	Nenhuma
II-III	0,0017 – 0,014	Fraca	Nenhuma
IV	0,014 – 0,039	Leve	Nenhuma
V	0,039 – 0,092	Moderada	Muito Pequena
VI	0,092 – 0,18	Forte	Pequena
VII	0,18 – 0,34	Muito Forte	Moderada
VIII	0,34 – 0,65	Severa	Moderada a Elevada
IX	0,65 – 1,24	Violenta	Elevada
X+	> 1,24	Extrema	Muito Elevada

Analisando os valores indicados tanto na Tabela 4.5 e Tabela 4.6, aceleração na torre ou na estrutura em teste terá de ter uma vibração maior que 80  $\mu\text{g}$ , para ser captada pelo acelerómetro menos sensível e não deverá ser superior 90 mg, para que não haja a probabilidade de causar danos à estrutura.

Na Figura 4.13 apresenta-se a obtenção gráfica dos parâmetros mínimos para a máquina de excitação artificial. No gráfico encontra-se exposta a curva da resposta obtida para a torre forçada a vibrar com um excitador com massas de 1 kg e excêntrica igual a 10 cm, multiplicada por um parâmetro  $p$ , com valores de 1, 5 e 10. Este parâmetro  $p$  foi introduzido para suprimir uma das incógnitas a dimensionar, massa dos excêntricos ou a excêntrica ao eixo de rotação. Dado que o modelo é linear, a resposta é proporcional à excitação e a massa dos excêntricos e a própria excêntrica são dois parâmetros proporcionais à amplitude da excitação.



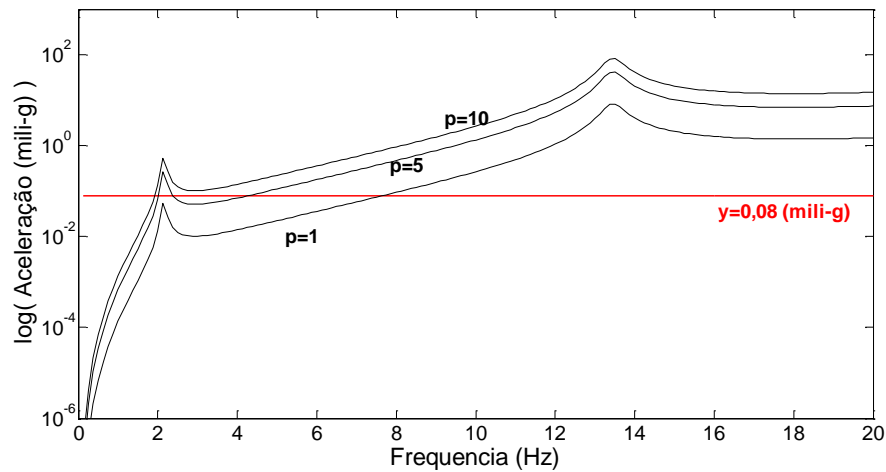


Fig. 4.13 – Resposta da modelação numérica no ponto perto da base da torre para obtenção dos parâmetros mínimos do excitador de massas excêntricas

A resposta descrita na Figura 4.13 foi captada num ponto a cerca de 5 m da base da torre, um ponto que tem uma amplitude menor em termos de resposta dinâmica.

A linha a vermelho, ainda na Figura 4.13, é o limite inferior de resolução do acelerómetro menos sensível dos apresentados na Tabela 4.5. Quando  $p = 5$  já é possível captar o pico do primeiro modo de vibração da torre, mas só quando  $p = 10$  é que a curva das respostas se encontra significativamente acima da linha limite inferior. A massa dos excêntricos,  $m_{exc}$ , e a distância de excêntridade,  $d_{exc}$ , podem ser obtidas através de  $p$  na equação (4.3), em que a massa se encontra em quilogramas e a distância em metros.

$$p = \frac{m_{exc} \times d_{exc}}{1 \times 0,1} = m_{exc} \times d_{exc} \times 10 \quad (4.3)$$

Tal como foi analisado para o limite inferior, na Figura 4.14, encontra-se representado graficamente o cálculo do valor dos parâmetros que conduzem a uma excitação excessivamente alta para a estrutura em teste com risco de causar danos. Desta forma, a vermelho encontra-se a recta com o limite superior de aceleração de 92 mili-g, correspondente a um sismo com V na escala modificada de Mercalli, a azul está também representado o limite mínimo, para servir também de referência.

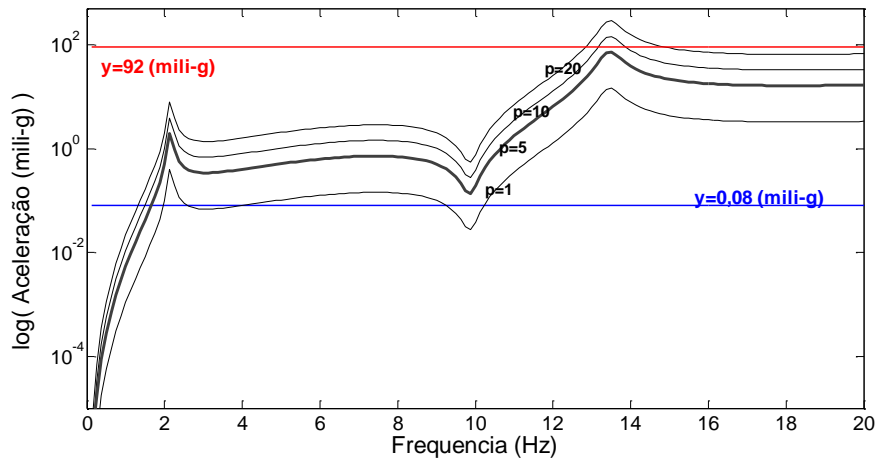


Fig. 4.14 - Resposta da modelação numérica no topo da torre para obtenção dos parâmetros máximos do excitador de massas excêntricas

Da análise da Figura 4.14, verifica-se que um valor  $p = 10$  é já demasiado, pois quando a estrutura entra em ressonância devido ao seu segundo modo de vibração, o nível de vibração ultrapassa o limite máximo. Por outro lado, o valor de  $p = 5$  permanece sempre abaixo do limite máximo, sendo a melhor solução.

Conclui-se, que o ideal será que o excitador seja regulável, com um  $p = 10$  (ou até  $p = 15$ ) nas frequências mais baixas até cerca de 10 Hz, e  $p = 5$  para as frequências mais altas. Ou seja, os valores de  $p$  concretizam-se em combinações, por exemplo, para um máximo de 4 kg em cada excêntrico e uma excentricidade igual a 250 mm, a aplicar nas frequências mais baixas, e redução para 125 mm de excentricidade mantendo os 4 kg das massas, ou manter 250 mm de excentricidade e reduzir a massa para 2 kg em cada excêntrico para as frequências mais altas.

Em relação à gama de frequência a operar no equipamento desenvolvido, está diretamente dependente das capacidades e da dimensão do motor utilizado no excitador, onde se terá de ter em conta o objetivo de portabilidade do equipamento.

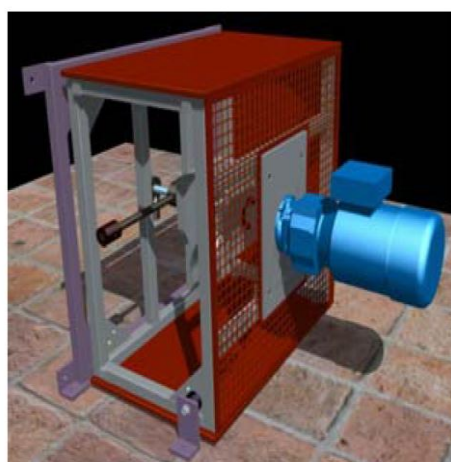
Segundo a ótica do utilizador do excitador, quanto maior a gama de operabilidade do equipamento melhor, contudo, para as estruturas típicas de engenharia civil as gamas de frequências a utilizar podem-se balizar entre 1 Hz a 20 Hz, valores de referência de outros estudos realizados.

#### 4.4 Projeto de execução do excitador de massas excêntricas

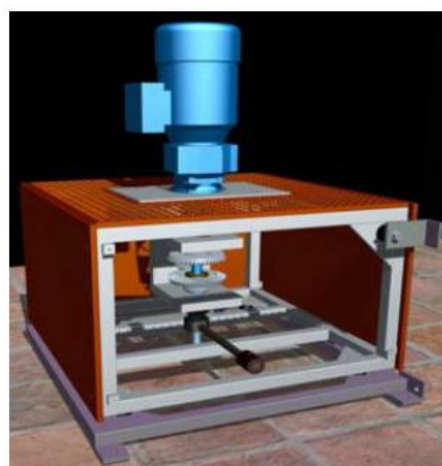
Com os parâmetros de dimensionamento necessários para a caracterização do excitador de massas excêntricas a ser usado em estruturas de Engenharia Civil, o Departamento de Mecânica da Universidade do Minho, conjuntamente com o Departamento de Engenharia Civil, está a desenvolver um projeto para o referido equipamento, com o objetivo de o construir e de testar em estruturas.

Neste momento existe um protótipo já desenhado pela equipa de Engenheiros Mecânicos, ajustado às necessidades dos ensaios modais na Engenharia Civil.

O excitador pode ser montado na vertical (ver Figura 4.15a), ou na horizontal (Figura 4.15b), de modo a transmitir uma força harmónica, na direção vertical ou horizontal. É constituído com uma grelha de proteção para dar segurança a quem o utilize.



a)



b)

Fig. 4.15 – Imagens do protótipo desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho; a) excitador montado na posição vertical; b) excitador montado na posição horizontal

De seguida apresentam-se mais pormenores do funcionamento, por um lado na Figura 4.16a é apresentada a estrutura principal do protótipo do excitador e na Figura 4.16b está esquematizado o funcionamento mecânico do excitador.

A estrutura do excitador é separada em duas partes, uma parte inferior de fixação e a estrutura superior que suporta os componentes mecânicos do excitador. Esta solução resulta da

necessidade de se medir a força dinâmica provocada pelo excitador na estrutura. A força da estrutura superior é transmitida para a parte inferior através de uma ligação única e desta forma é apenas necessário um sensor, sendo os restantes apoios anti-vibratórios.

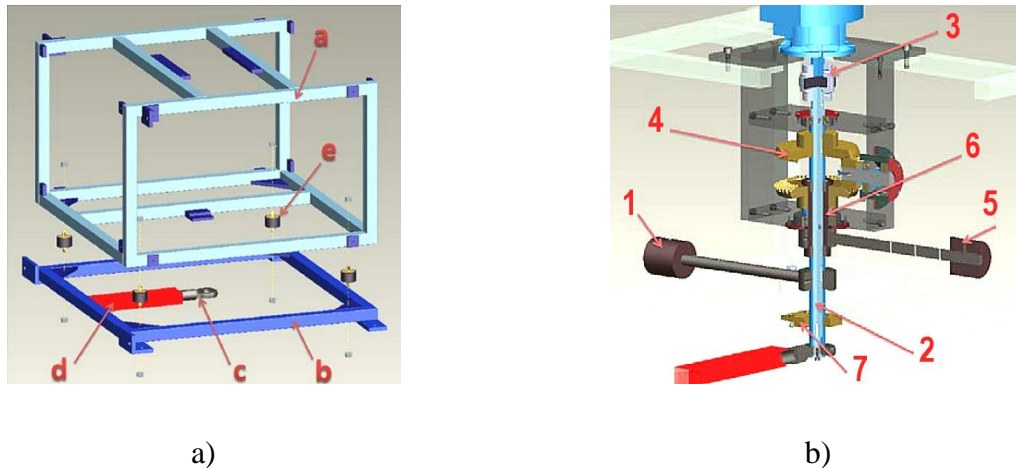


Fig. 4.16 – Esquemas do protótipo do excitador de massas excêntricas desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho; a) estrutura principal; b) esquema do funcionamento mecânico do excitador

A estrutura principal (ver Figura 4.16a) é constituída pelos seguintes componentes:

- a) Estrutura superior;
- b) Estrutura inferior;
- c) Fixação inferior do veio principal;
- d) Zona de colocação de sensores;
- e) Apoio anti-vibratório.

A parte mecânica e componentes principais do excitador (ver Figura 4.16b) são:

- 1. Massa nº1;
- 2. Veio principal;
- 3. União de veios;
- 4. Engrenagem;
- 5. Massa nº2;
- 6. Veio secundário;
- 7. Limitador do veio principal.

Em termos de sensorização, está previsto no equipamento o uso de uma célula de carga e de um acelerómetro. A célula de carga ou sensores de força têm o objetivo de medir a força exercida na estrutura e será apropriada para o uso à compressão ou tração. O acelerómetro será colocado junto à célula de carga com propósito de captar as vibrações de todo o sistema.

O projeto da máquina está na fase final. Ainda existe a possibilidade de ser melhorado para um sistema que permita usar uma força constante. Contudo, essa solução ainda permanece em desenvolvimento.

## Capítulo 5

### DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DE UM SOFTWARE DE CÁLCULO AUTOMÁTICO EM MATLAB

#### 5.1 Introdução

Um dos objetivos principais da dissertação incidia no desenvolvimento de um *software* que permitisse o processamento dos dados normalmente obtidos em ensaios dinâmicos.

No presente capítulo será abordado o desenvolvimento do *software* elaborado em Matlab (Mathworks, 2010), bem como a sua validação através de uma simulação numérica de um ensaio dinâmico com todas as variáveis conhecidas.

Com o *software* desenvolvido pretende-se extrair os parâmetros dinâmicos: frequências naturais, amortecimento e configuração dos modos de vibração através da informação obtida num ensaio dinâmico captada pelos transdutores de deslocamento, velocidade ou aceleração e transdutores de força colocados entre a estrutura e o equipamento de excitação. Desta forma, o objetivo será concretizar um *software* intuitivo, que permita a qualquer utilizador, após recolha da informação do ensaio, poder processa-la e tirar ilações sobre as características dinâmicas da estrutura estudada.

No programa desenvolvido foram implementados alguns dos métodos mais simples de identificação dinâmica descritos no Capítulo 3 (métodos não-paramétricos no domínio da frequência), tais como o método do *Peak Picking* e do *Circle Fit*.

Contudo, o programa foi estruturado de uma forma modular, permitindo integração de outros métodos mais avançados (métodos paramétricos no domínio do tempo).

Dado, que o trabalho de desenvolvimento do programa envolve a criação de um manual de apoio ao utilizador, neste capítulo apenas será apresentado a base de funcionamento do programa. O manual encontra-se apresentado em anexo.

## 5.2 Descrição do software desenvolvido

Atualmente, existem vários programas comerciais e em meios académicos para a identificação dinâmica. Alguns *softwares* são mais dedicados à análise modal experimental tradicional. Entre eles destacam-se o *software* “*LMS Test.Lab Modal Analysis*”, (LMS, 2012), e o “*X-Modal*” desenvolvido pela “*University of Cincinnati*” (UC-SDRL, 2012). Outros foram desenvolvidos no âmbito da análise modal operacional, destacando-se, o “*ARTEMIS*” da “*Strutural Vibration Solutions A/S*” (SVS, 2012), o *software* “*LMS Test.Lab Operational Modal Analysis*” (LMS, 2012). Existem ainda, os que englobam os dois tipos de ensaios, destacando-se o programa “*MACEC*” desenvolvido pela “*Katholieke Universiteit Leuven*” (Peeters and De Roeck, 2011), e o “*ME’scopeVES*” da “*Vibrant Technology*” (<http://www.vibetech.com>, 2012).

Apesar que no âmbito deste trabalho não é possível igualar as capacidades atuais dos *softwares* existentes no mercado, o software desenvolvido foi criado de modo a obter os requisitos mínimos essenciais para obter os parâmetros com um grau de fiabilidade, e com funcionalidades interessantes numa primeira expectativa de resultados e, acima de tudo, para que o seja fácil ao utilizador ter uma boa perceção dos algoritmos subjacentes ao programa.

Para o desenvolvimento do programa foi escolhido o ambiente de programação em *Matlab* (Mathworks, 2010). Este já dispõe de ferramentas incorporadas de extrema utilidade, nomeadamente na área de processamento de sinais.

O programa foi desenvolvido numa base modular, i.e., está dividido em várias sub-rotinas/funções, permitindo ser atualizado e expandido no futuro.

Posteriormente ao desenvolvimento dos vários módulos, a estrutura do programa foi adaptada para ter um interface gráfico (*GUI*), proporcionando uma maior possibilidade de interação entre o programa e o utilizador.

De seguida, são apresentadas as principais funcionalidades do programa. De salientar que apenas foi desenvolvido no âmbito desta dissertação o módulo de ensaios *input-output*. Contudo, na versão atual do programa, já está desenvolvido e implementado um módulo de apoio aos ensaios *output-only* desenvolvido na Universidade do Minho.

### 5.2.1 Estrutura do programa

O *software* desenvolvido pode ser dividido nas seguintes funções principais apresentadas no fluxograma da Figura 5.1.

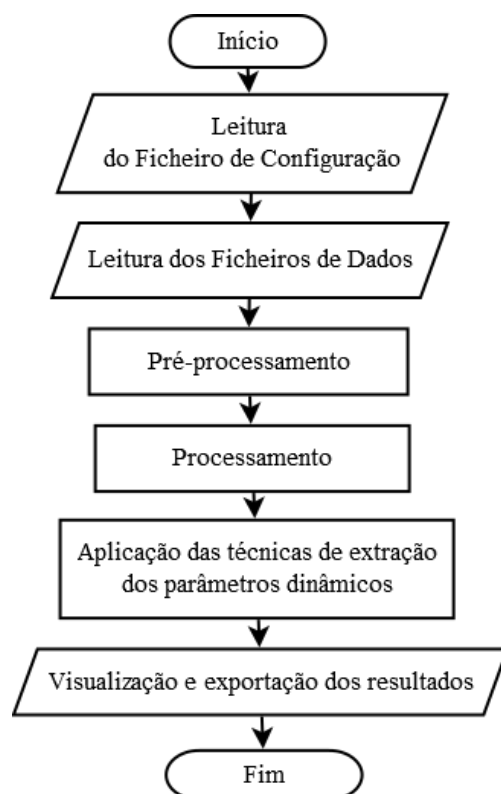


Fig. 5.1 – Fluxograma do funcionamento geral do *software*

O programa começa por ler um ficheiro de configuração contendo a informação sobre a geometria, as configurações dos ensaios, os graus de liberdade medidos, entre outras definições do programa. Seguidamente, são lidos os ficheiros de dados do ensaio, contendo as medições no tempo, deslocamentos, velocidades ou acelerações, dos vários canais adquiridos previamente.

Na Figura 5.2 é apresentado o interface principal do programa desenvolvido (o nome atual do programa é UModal, que é uma junção das iniciais da Universidade do Minho com a palavra Modal, que se refere ao tema da análise modal).



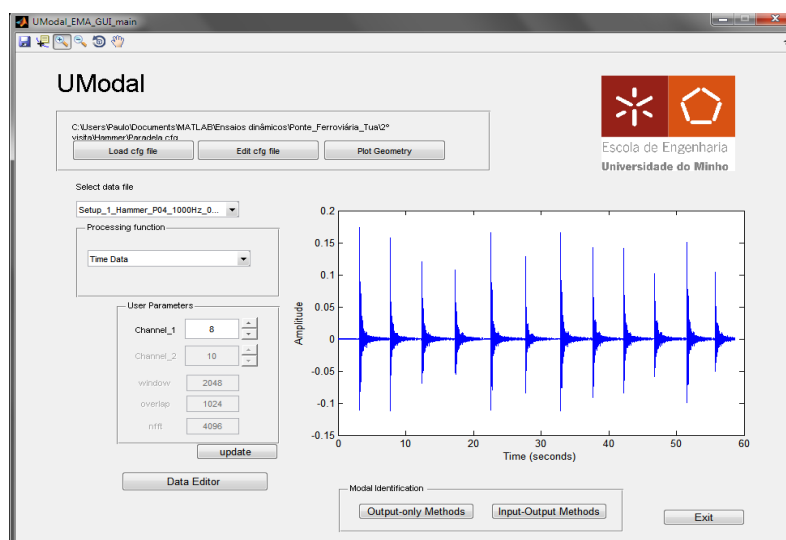


Fig. 5.2 – Ecrã inicial do programa “UModal”

A parte de pré-processamento dos dados refere-se aos processos opcionais que incluem funções de corte, aplicação de filtros passa-alto, passa-baixo ou de banda, permitindo, desta maneira, melhorar a qualidade dos sinais antes de serem processados. Ainda nesta fase, ao utilizador é dada a possibilidade de verificar os dados, a geometria, e ainda ter uma primeira estimativa visual dos possíveis resultados, podendo usar funções de visualização da informação no domínio da frequência, através de espectrogramas, funções de densidade espectral e funções coerência entre sinais.

O processamento dos dados engloba a estimativa das funções de resposta no domínio da frequência (*FRFs*), que é realizada através do cálculo dos espectros dos outputs e dos inputs e sua divisão. Por sua vez, o cálculo dos espectros é feito através da função *cpsd* (*cross power spectral density*), função incluída no Matlab, que permite estimar as funções de densidade espectral, incluindo o processo de suavizar os espectros, onde está inserida uma opção de seleção, que permite ao utilizador escolher o uso de diferentes tipos de janelas de dados, o seu número de pontos e valor de sobreposição de janelas de dados.

Na Figura 5.3 mostra-se a aparência da *toolbox* de identificação input-output. É composta por um menu, onde, o utilizador pode navegar pelo domínio do tempo ou frequência, e ver os dados relacionados com cada grau de liberdade. Tem uma zona gráfica central, onde podem ser visualizados os gráficos mais importantes, no canto inferior direito, tem uma segunda zona gráfica, onde é apenas apresentado as relações, através do valor *MAC*, entre os vários modos de vibração selecionados .

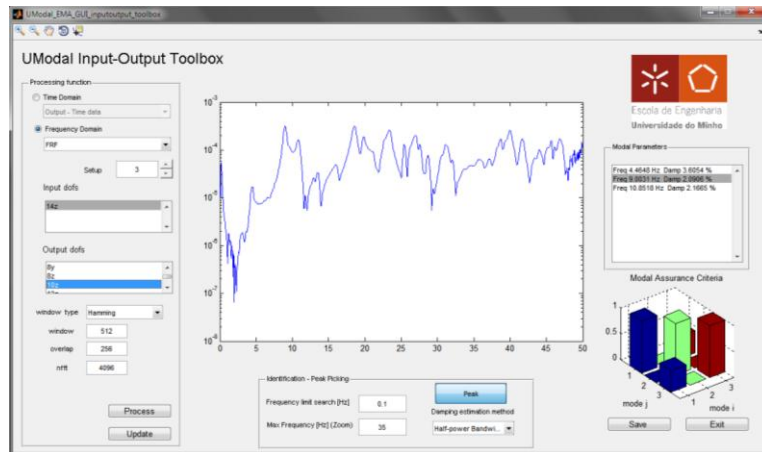


Fig. 5.3 – Toolbox Input-Output do “UModal” em funcionamento

Após a fase de processamento, o utilizador pode aceder às funções de resposta no domínio da frequência, e seleccionar os picos do gráfico da amplitude versus frequência da média normalizada dos espectros, que correspondem a possíveis ressonâncias do sistema estudado.

Para o cálculo do amortecimento, o utilizador pode optar pelo método dos pontos de meia potência (método de amplitude de pico), ou pelo método *circle fit*, ambos os métodos já explicados no Capítulo 3. O processo de funcionamento da sub-rotina de extração dos parâmetros dinâmicos está sistematizado no fluxograma da Figura 5.4.

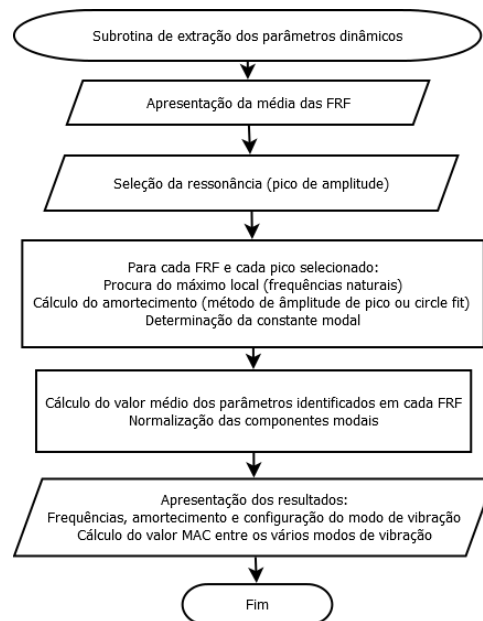


Fig. 5.4 – Fluxograma explicando a sub-rotina da extração dos parâmetros dinâmicos

Depois da seleção dos picos, que requer um certo estudo do problema para distinguir entre os picos do sistema e outros ruídos, são apresentados os valores da frequência e amortecimento numa lista para cada pico selecionado, respetivamente. A configuração do modo de vibração é apresentada graficamente no momento em que o utilizador carrega num valor da lista de modos selecionados.

### 5.3 Validação sem Ruído

Para que o *software* desenvolvido demonstre que funciona realmente, torna-se necessário proceder à sua validação. Nesta Secção será estudado um caso numérico simples, com os parâmetros dinâmicos conhecidos *A priori*, de modo a comparar com os resultados identificados pelo programa e tirar conclusões sobre a validade do programa.

O modelo numérico usado na validação representa um sistema de 3 graus de liberdade, baseado na estrutura de um edifício com três pisos. Na Figura 5.3 encontra-se ilustrado o sistema simulado, e as suas características geométricas.

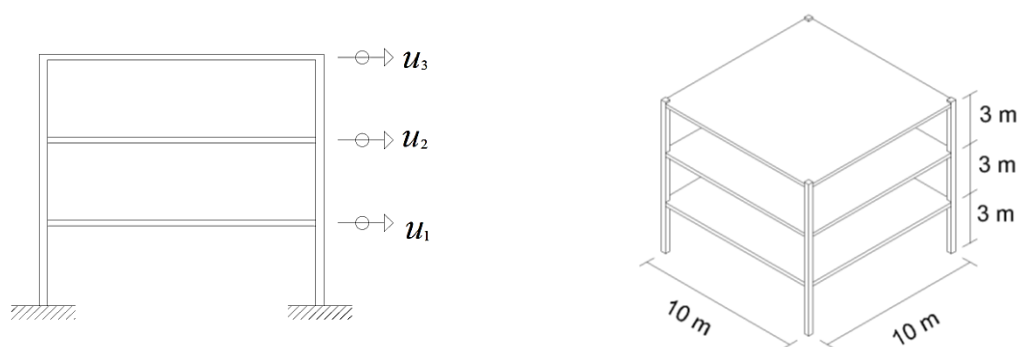


Fig. 5.3 – Características geométricas do modelo usado na validação do software

O sistema é constituído por 4 pilares de secção  $0,3 \times 0,3 \text{ m}^2$  e 3 lajes com espessura de 0,2 m, de betão armado, com um módulo de elasticidade de 30 GPa e peso específico igual a  $25 \text{ kN/m}^3$ . Resultando, nas seguintes matrizes de massa e rigidez apresentadas em (5.1).

$$m = \begin{bmatrix} 50,97 & 0 & 0 \\ 0 & 50,97 & 0 \\ 0 & 0 & 50,97 \end{bmatrix} (ton) \quad (5.1)$$

$$k = \begin{bmatrix} 72000 & -36000 & 0 \\ -36000 & 72000 & -36000 \\ 0 & -36000 & 36000 \end{bmatrix} (kN/m)$$

Quanto ao amortecimento, foi considerado um amortecimento igual para todos os modos de vibração, com o valor de 5%, expressão 5.2.

$$\xi = \begin{bmatrix} 0,05 \\ 0,05 \\ 0,05 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Relembrando a expressão para vibração livre de um sistema de vários graus de liberdade, na equação (5.3).

$$M\ddot{q}(t) + Kq(t) = 0 \quad (5.3)$$

Considerando a solução,  $q(t) = \phi_k e^{\lambda_k t}$ , sendo  $\phi_k$ , o vetor das componentes do modo de vibração  $k$  e  $\lambda_k = \omega_k^2$ , chega-se a um problema de valores e vetores, dado na expressão (5.4).

$$\begin{aligned} k\phi &= \lambda m\phi \\ [k - \lambda m]\phi &= 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Consequentemente, o problema de valores e vetores próprios resulta na Equação (5.5), onde se determinam os valores das frequências naturais do sistema. Após esse cálculo, os modos de vibração são obtidos novamente através da equação (5.4).

$$\det(k - \lambda m) = 0 \quad (5.5)$$

Resolvendo o problema de valores e vetores próprios para as matrizes  $m$  e  $k$  do modelo numérico, chegou-se aos seguintes resultados:

$$\omega_n = \begin{bmatrix} 1,882 \\ 5,275 \\ 7,622 \end{bmatrix} \text{ (Hz)}$$

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0,0459 \\ 0,0828 \\ 0,1032 \end{bmatrix}; \phi_2 = \begin{bmatrix} -0,1032 \\ -0,0459 \\ 0,0828 \end{bmatrix}; \phi_3 = \begin{bmatrix} 0,0828 \\ -0,1032 \\ 0,0459 \end{bmatrix}$$

Depois da obtenção dos valores dos parâmetros dinâmicos, a próxima fase, resulta na simulação de um ensaio *input-output*, onde se simulou a excitação e os sinais de resposta, tal como se fosse um caso real. Os sinais de resposta foram simulados usando o método numérico de Newmark.

Dado o *software* desenvolvido funcionar numa base de ensaios SIMO, i.e., apenas comporta um *input* para vários *outputs*, foram criados 3 configurações de ensaio (ou *setups*) onde se simulou a excitação provocada por um excitador de massas excêntricas, com os parâmetros obtidos no Capítulo 4: duas massas excêntricas com 4 kg cada e uma excentricidade de 250 mm, em que a posição de o excitador varia de grau de liberdade. Os sinais de excitação e as várias configurações, para os vários graus de liberdade podem ser visualizados na Figura 5.4.

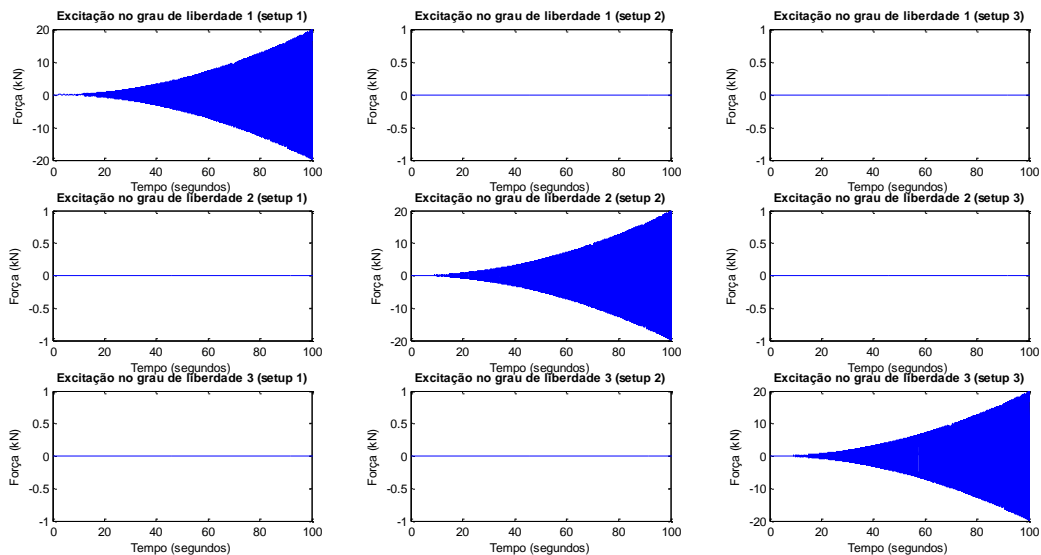


Fig. 5.4 – Sinais simulados da excitação para os três *setups* virtuais em relação aos três graus de liberdade

Em cada *setup* o excitador funciona apenas num grau de liberdade, contudo a resposta é simulada para todos os graus de liberdade envolvido.

A resposta obtida para os vários *setups* e graus de liberdade pode ser visualizada na Figura 5.5.

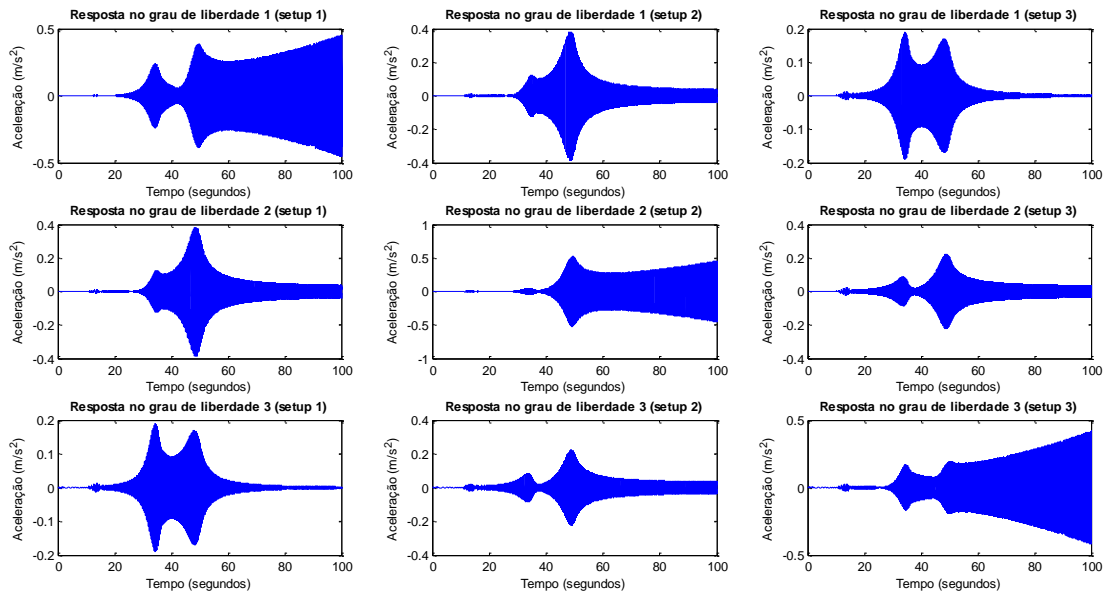


Fig. 5.5- – Sinais simulados da resposta para os três *setups* virtuais em relação aos três graus de liberdade

De referir que no cálculo da resposta foi usada uma “taxa de amostragem” de 10 kHz, necessária para diminuir os erros de cálculo do método de Newmark. Contudo, no pré-processamento foi realizada uma decimação para 100 Hz, dado que as frequências do sistema em análise serem baixas, não sendo necessário tanta resolução dos sinais e, dessa forma, reduzir-se o tempo de computação.

Após a simulação do ensaio dinâmico virtual, os dados foram carregados para o software e calcularam-se, de seguida, os espectros, neste caso, como a resposta foi simulada em termos de acelerações, foram estimadas as funções de Inertância do sistema. Os espectros foram estimados com um tamanho de 8192 pontos, com uma janela do tipo *Hanning* de 4096 pontos, e tendo um comprimento de sobreposição de 2048 pontos. De forma a tirar conclusões sobre a qualidade das estimativas obtidas no domínio da frequência, foram também calculados os espectro analíticos, obtidos através da Equação (5.6).

$$A_{ij}(\omega) = \sum_{n=1}^N \frac{\omega^2(\phi_i)_n \cdot (\phi_j)_n}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi_n\omega_n\omega)} \quad (5.6)$$

Encontra-se graficamente apresentado na Figura 5.6 as funções de Inertância.

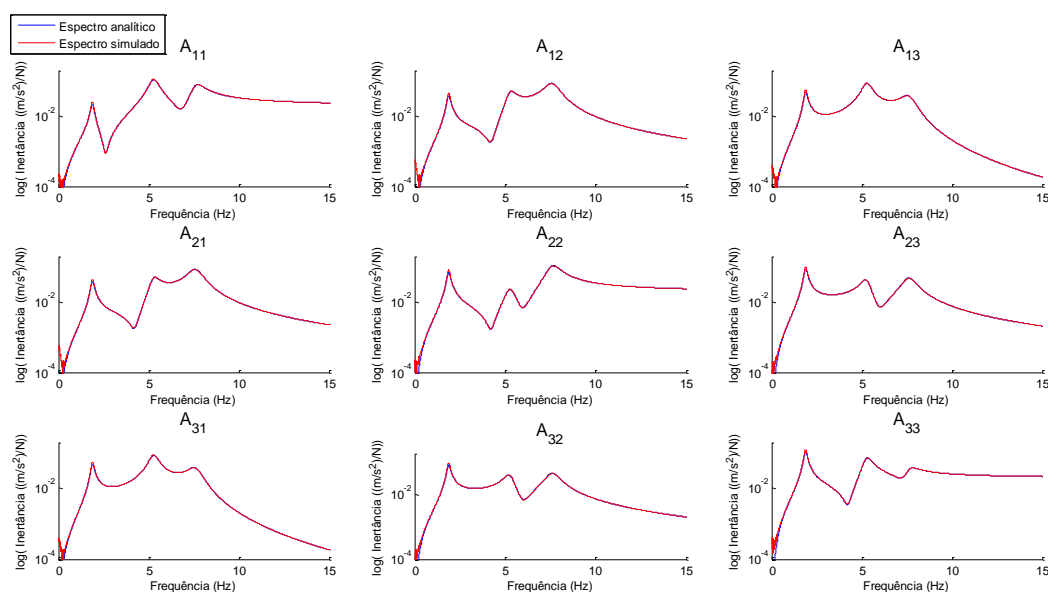


Fig. 5.6 – Comparação entre as funções Inertância estimadas, a cor vermelha, e as calculadas, a cor azul, através da equação (5.6)

Na Figura 5.6, a azul os espectros encontram-se calculados analiticamente e a vermelho os espectros calculados através da estimação feita pelo programa através dos sinais simulados de *input* e *output*, para os vários graus de liberdade e *setups*.

Analisando os resultados apresentados na Figura 5.6, verifica-se que os espectros estimados através do *software* desenvolvido são muito semelhantes aos espectros calculados analiticamente. As maiores diferenças entre os espectros são nas zonas singulares dos picos, que são menores do que a solução analítica. Este efeito é dado devido ao uso de uma janela de dados. Contudo, o seu uso é necessário para obter espectros mais “limpos”, i.e., sem a presença de ruídos e para evitar o erro de *leakage*, já explicado no Capítulo 2. A obtenção dos espectros corretos é uma etapa importante para identificação dinâmica, dado que a qualidade dos parâmetros dinâmicos é função da qualidade dos espectros.

Depois da obtenção das funções de resposta no domínio da frequência, é apresentada na Figura 5.7 a sua média para a seleção dos picos por parte do utilizador. A média dos espectros é uma forma de aglomerar a informação contida nos espectros individuais dos vários graus de liberdade e *setups*, onde os máximos da função, que correspondem às ressonâncias, são mais facilmente identificáveis.

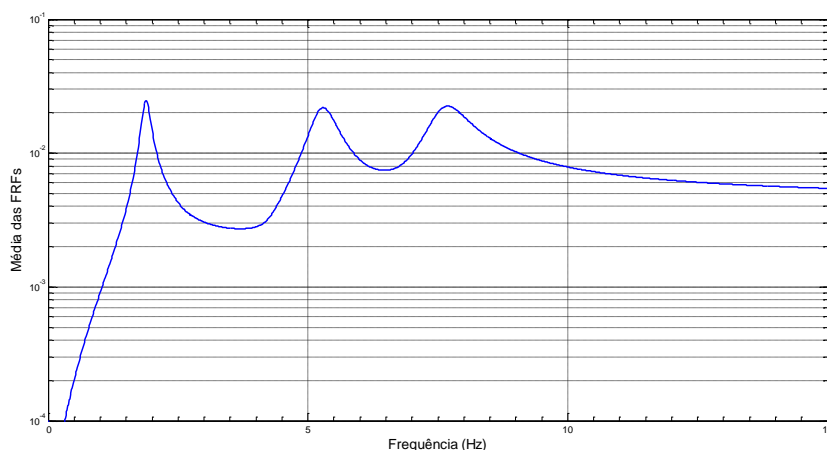


Fig. 5.7 – Gráfico da média das funções de resposta no domínio da frequência

No gráfico da Figura 5.7 os três máximos são facilmente identificáveis. Porém e nos casos reais, os sinais nem sempre são tão “limpos”, apresentados contaminados com vários ruídos ou outros sinais harmônicos, que podem também aparecer neste tipo de gráfico, por isso é necessário garantir uma boa relação sinal/ruído, ou prolongar o ensaio durante mais tempo para ser possível fazer uma suavização do sinal.

Na Tabela 5.1 apresentam-se os resultados obtidos através do *software* desenvolvido e os valores teóricos, e os respetivos erros relativos entre os valores obtidos e os valores teóricos.

Tabela 5.1 – Comparação entre os valores das frequências naturais teóricas e as obtidas pelo software por dois métodos (Amplitude de Pico e *Circle Fit*)

Modos de vibração	Frequências Teóricas [Hz]	Frequências Estimadas pelo método AP [Hz]	Erro relativo [%]	Frequências Estimadas pelo método CF [Hz]	Erro relativo [%]
1º	1,882	1,880	0,11	1,868	0,74
2º	5,275	5,288	0,25	5,263	0,23
3º	7,622	7,672	0,66	7,609	0,17

Analisando os resultados obtidos em termos de frequências naturais, pode-se afirmar que os valores estimados pelo *software* encontram-se muito próximos dos valores teóricos, com erros relativos inferiores a 1%. Em termos de comparação entre os valores obtidos pelo método de amplitude de pico e os valores obtidos pelo método *Circle Fit*, neste teste, ambos os métodos



têm erros equivalentes, apesar de o método de amplitude de pico apresentar erros principalmente por excesso, enquanto o método *Circle Fit* teve erros por defeito.

Os resultados para o amortecimento podem ser consultados na Tabela 5.2. O amortecimento teórico foi fixado em 5%. Os valores obtidos pelos dois métodos implementados no *software* aproximam-se desse valor, com erros que rondam os 10%. Em geral, os valores do método *Circle Fit* apresentam erros menores do que os erros obtidos pelas estimativas do método de amplitude de pico.

Tabela 5.2 – Comparação entre os valores do amortecimento teóricos e os obtidos pelo software por dois métodos (Amplitude de Pico e *Circle Fit*)

Modos de vibração	$\xi$ Teórico [%]	$\xi$ Método AP [%]	Erro relativo [%]	$\xi$ Método CF [%]	Erro relativo [%]
1º	5,00	4,55	9,00	4,38	12,40
2º	5,00	5,64	12,80	4,85	3,00
3º	5,00	5,47	9,40	5,21	4,20

Em relação aos resultados das formas dos modos de vibração, na Figura 5.8 estão representados graficamente as configurações modais teóricas. A forma inicial (indeformada), a cor azul, e a vermelho a respetiva forma do modo de vibração. Os valores estão normalizados para o valor máximo de cada modo, tendo este, obviamente, o valor de unitário.

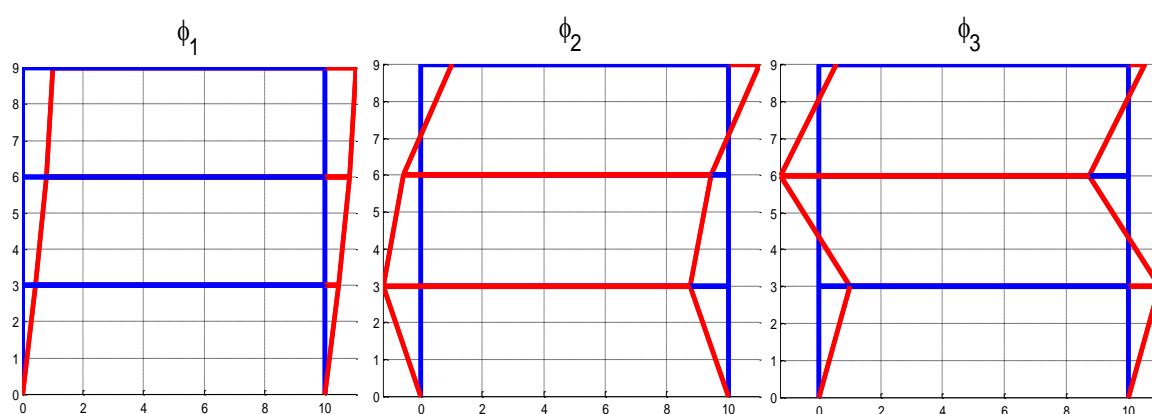


Fig. 5.8- Representação gráfica dos 3 modos de vibração teóricos, normalizados em relação ao grau de liberdade com máxima amplitude (a azul está representada a forma inicial da estrutura e a vermelho a forma dos modos de vibração)

Na tabela 5.3 apresentam-se os resultados obtidos das estimativas modais através dos dois métodos integrados no software. São também apresentados os valores teóricos dos mesmos modos para melhor comparar os resultados.

Tabela 5.3 – Comparação entre as configurações modais teóricas e as obtidas pelos métodos de Amplitude de Pico e *Circle Fit*

Modos de vibração	$\Phi_1$			$\Phi_2$			$\Phi_3$		
	Teórico	AP	CF	Teórico	AP	CF	Teórico	AP	CF
U1	0,0459	0,0476	0,0468	-0,1032	-0,1103	-0,1117	0,0828	0,0813	0,0935
U2	0,0828	0,0856	0,0848	-0,0459	-0,0525	-0,0458	-0,1032	-0,0979	-0,1108
U3	0,1032	0,1067	0,1060	0,0828	0,0918	0,0873	0,0459	0,0524	0,0482

Através da análise dos resultados, pode-se verificar que os valores encontram-se muito perto dos valores teóricos. Na tabela 5.4 para uma melhor comparação é apresentado também, os valores dos erros relativos dos resultados dos dois métodos em comparação com o método teórico. Na maior parte dos casos, os valores obtidos situam-se sempre abaixo dos 10%. No global, o método *Circle Fit* apresenta resultados ligeiramente melhores. Contudo, em alguns casos o método de amplitude de pico tem também bons resultados.

Tabela 5.4 – Erros das estimativas das configurações modais

Modos de vibração	$\Phi_1$		$\Phi_2$		$\Phi_3$	
	Erro (%)		Erro (%)		Erro (%)	
	AP	CF	AP	CF	AP	CF
U1	3,70%	1,96%	6,88%	8,24%	1,81%	12,92%
U2	3,38%	2,42%	14,38%	0,22%	5,14%	7,36%
U3	3,39%	2,71%	10,87%	5,43%	14,16%	5,01%

Outro modo de comparar as configurações modais é através do valor *MAC* (*Modal Assurance Criterion*), já explicado no Capítulo 3, que variando entre zero e a unidade, em que zero corresponde a dois modos ortogonais, e o valor da unidade corresponde a dois modos iguais (ou distintos mas apenas por apenas um fator de proporcionalidade). Portanto, na Tabela 5.5, são exibidos os resultados do valor *MAC* entre os modos teóricos e as estimativas obtidas através dos dois métodos usados.

Tabela 5.5 – Valores *MAC* entre os modos de vibração teóricos e os estimados pelos métodos de Amplitude de Pico e *Circle Fit*

	$\Phi_1$		$\Phi_2$		$\Phi_3$	
	AP	CF	AP	CF	AP	CF
MAC	1,0000	1,0000	0,9994	0,9994	0,9965	0,9951

Os valores *MAC* obtidos encontram-se muito perto da unidade, sendo que os valores obtidos são muito semelhantes para ambos os métodos. Porém, salienta-se alguma deterioração dos resultados à medida que caminhamos para os modos superiores.

#### 5.4 Validação com Ruído

Depois de se obter resultados para uma situação ideal, i.e., com sinais com total ausência de qualquer ruído, para simular as condições de um ensaio dinâmico real foram adicionados ruídos aos sinais. Os ruídos foram fabricados através da função incluída no Matlab (função *awgn*), que inclui um ruído branco Gaussiano aos sinais.

A amplitude do ruído gerado é de cerca de 5 mili-g, que é um valor alto em comparação com ensaios reais. Porém, o objetivo é testar a eficiência do software num caso de ruído extremo.

Na Figura 5.9 encontra-se o sinal de ruído no domínio do tempo. De salientar que o ruído é gerado para todos os sinais, sendo este também diferente para cada grau de liberdade, apesar de ter as mesmas características estatísticas (média nula e desvio padrão constante).

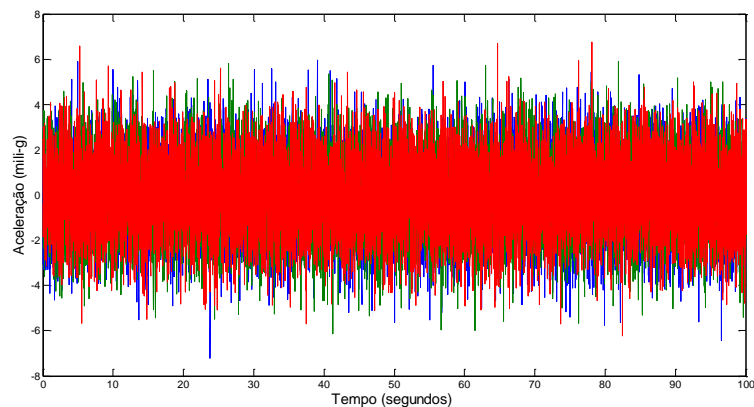


Fig. 5.9 – Ruído branco Gaussiano incluído nos sinais

Em seguida, na Figura 5.10 apresenta-se a comparação de um sinal da resposta sem ruído a azul, e a cor vermelha o mesmo sinal depois de lhe ter sido adicionado o ruído branco Gaussiano.

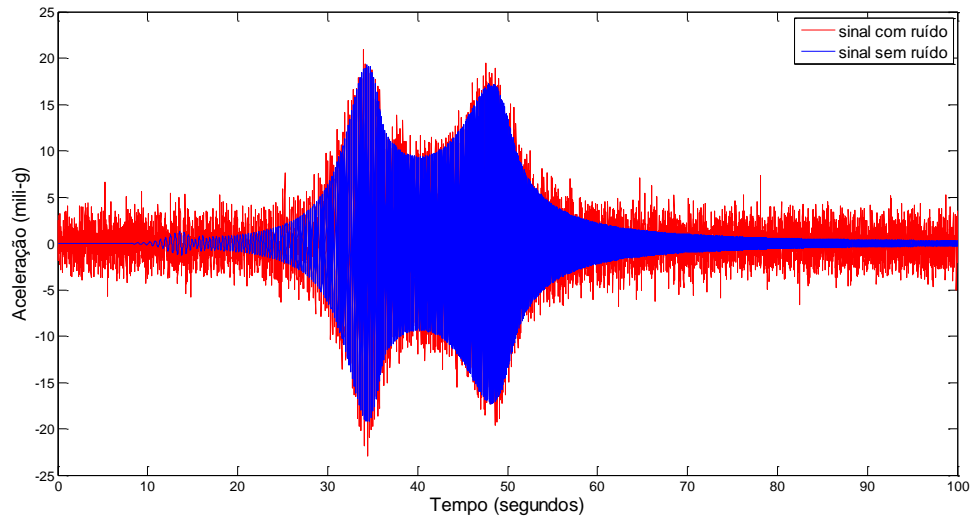


Fig. 5.10 – Comparação de um sinal de resposta com e sem ruído (a azul o sinal sem ruído e a vermelho o mesmo sinal mas na presença de ruído)

Tal como foi apresentado para o primeiro ensaio, são apresentados, de seguida, as funções de Inertância obtidas para os sinais corrompidos com ruído na Figura 5.11.

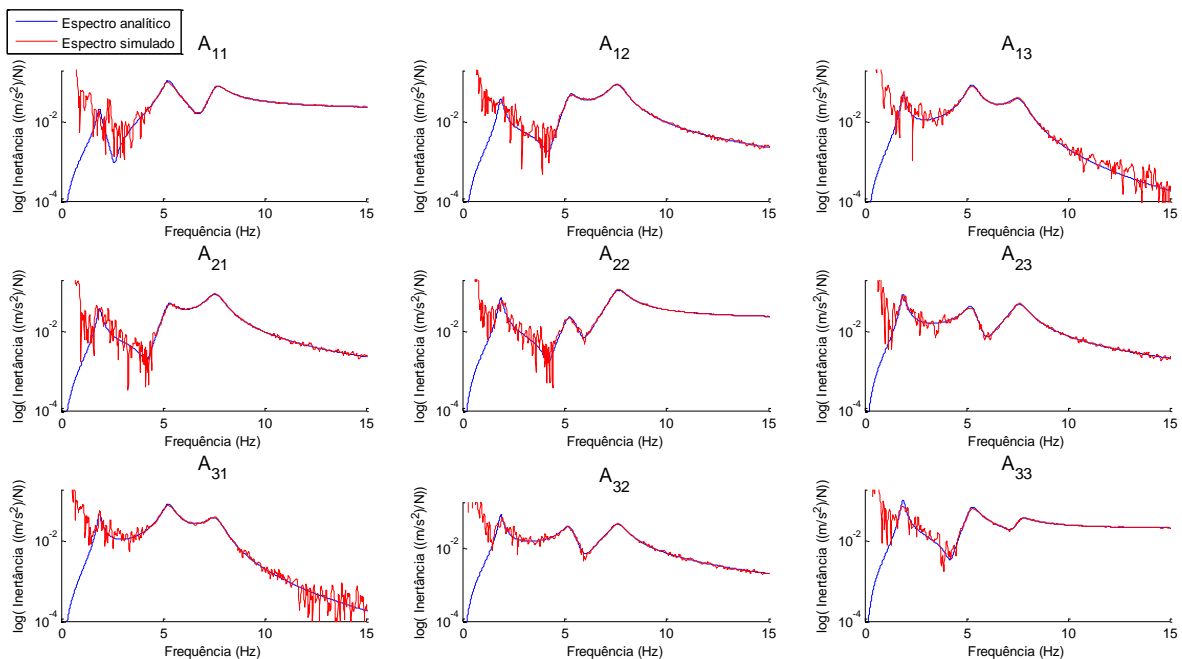


Fig. 5.11 – Comparação entre as funções Inertância estimadas para os sinais com ruído, a cor vermelha, e as calculadas, a cor azul, através da equação (5.6)

Da análise da Figura 5.11, verifica-se que os espectros não são tão claros como para a situação em que os sinais são “limpos”. Mesmo assim, os espectros estimados rondam ainda os espectros analíticos. Verifica-se, também, que a primeira ressonância é a mais afetada. Tal facto é explicado devido ao funcionamento do excitador de massas excêntricas que proporciona uma excitação mais baixa em termos de amplitude para as frequências mais baixas. Uma maneira para melhorar os espectros seria repetir mais vezes o ensaio e obter os espectros através de um número maior de médias.

A média das funções de resposta no domínio da frequência está apresentada na Figura 5.12, onde se faz também uma comparação dos resultados obtidos, com e sem ruído, a vermelho e azul respetivamente.

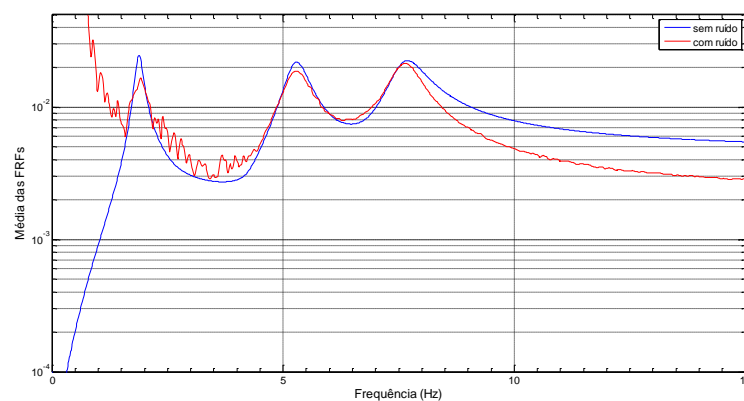


Fig. 5.12 – Média das funções de resposta no domínio da frequência, a vermelho com presença de ruído, a azul sem ruído

É evidente através da observação da Figura 5.12, que existe uma redução da qualidade dos espectros com a adição do ruído, e esse efeito torna o processo de seleção dos picos por parte do utilizador mais difícil. Apesar de tudo, é ainda possível identificar as três ressonâncias para o nível de relação sinal/ruído usada é muito baixa (situação extrema).

Os resultados das frequências naturais obtidas dos sinais contaminados pelo ruído são dados na Tabela 5.6. Verifica-se que existe um maior erro em relação aos sinais analisados anteriormente. Porém, na maior parte das vezes os erros são inferiores a 1%, o que evidencia uma boa estimativa. Neste ensaio é visível que o método *Circle Fit* consegue lidar melhor em situações de ruído do que o método de amplitude de pico.

Tabela 5.6 - Resultados da extração das frequências naturais dos sinais contaminados com ruído e os valores teóricos

Modos de vibração	Frequências (Hz) Teóricas	Frequências (Hz) Estimadas pelo método AP	Erro relativo (%)	Frequências (Hz) Estimadas pelo método CF	Erro relativo (%)
1º	1,882	1,9301	2,56%	1,8853	0,18%
2º	5,275	5,2877	0,24%	5,2585	0,31%
3º	7,622	7,6399	0,23%	7,6213	0,01%

Os valores do amortecimento dados da aplicação dos métodos de amplitude de pico e *circle fit* aos sinais contaminados com ruído podem ser vistos na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 - Comparação entre os valores teóricos e os resultados obtidos para os sinais com presença de ruído

Modos de vibração	$\xi$ (%) Teórico	$\xi$ (%) Método AP	Erro relativo (%)	$\xi$ (%) Método CF	Erro relativo (%)
1º	5	4,59	8,20%	5,4	8,00%
2º	5	5,68	13,60%	5,38	7,60%
3º	5	4,9	2,00%	4,42	11,60%

Dos resultados obtidos e em relação ao coeficiente de amortecimento, pode-se afirmar que os valores continuam próximos dos valores teóricos e, comparando com os valores obtidos para as respostas sem ruído, não se nota uma degradação acentuada da qualidade das estimativas, pois os erros relativos são da mesma ordem de grandeza.

Na Tabela 5.8 podem ser consultados os resultados para as configurações modais obtidas também através dos dois métodos inseridos no *software* desenvolvido, mas agora usando os sinais com presença de ruído.

Tabela 5.8 - Resultados da extração das configurações modais

Modos de vibração		$\Phi_1$		$\Phi_2$			$\Phi_3$		
Grau de liberdade	Teórico	AP	CF	Teórico	AP	CF	Teórico	AP	CF
U1	0,0459	0,0509	0,0429	-0,1032	-0,1059	-0,1056	0,0828	0,0801	0,0848
U2	0,0828	0,077	0,0863	-0,0459	-0,0518	-0,0481	-0,1032	-0,0954	-0,1074
U3	0,1032	0,1009	0,0901	0,0828	0,0855	0,0862	0,0459	0,0506	0,0418

Nas Tabelas 5.9 e 5.10, encontram-se apresentados os valores dos erros entre os modos de vibração estimados e os teóricos e ainda os valores *MAC*, respetivamente.

Tabela 5.9 – Erros das estimativas obtidas para as configurações modais

Modos de vibração	$\Phi_1$		$\Phi_2$		$\Phi_3$	
	Erro (%)		Erro (%)		Erro (%)	
	AP	CF	AP	CF	AP	CF
U1	10,89%	6,54%	2,62%	2,33%	3,26%	2,42%
U2	7,00%	4,23%	12,85%	4,79%	7,56%	4,07%
U3	2,23%	12,69%	3,26%	4,11%	10,24%	8,93%

Tabela 5.10 – Valores *MAC* entre os modos teóricos e modos obtidos através dos dois métodos para os sinais contendo ruído

	$\Phi_1$		$\Phi_2$		$\Phi_3$	
	AP	CF	AP	CF	AP	CF
MAC	0,9973	0,9932	0,9991	0,9999	0,9969	0,9985

Os erros das configurações modais agora obtidos para os sinais contaminados com ruído são claramente maiores do que os erros obtidos nos sinais limpos, como seria de prever. Contudo, ainda assim os valores no geral não superam muito a barreira dos 10%. Por outro lado, os valores *MAC* continuam ainda muito perto da unidade.

## 5.5 Conclusões

Depois de ter sido apresentado o *software* desenvolvido e a sua validação, através da simulação de um ensaio dinâmico *input-output*, resta concluir que o software consegue extrair os parâmetros modais.

Contudo, o estudo efetuado na validação não passa de uma simulação numérica, faltando avaliar o programa numa situação real, tal como será abordado no próximo capítulo.

## Capítulo 6

### APLICAÇÃO EM ESTRUTURAS REAIS DE ENGENHARIA CIVIL

#### 6.1 Introdução

No presente capítulo serão abordados dois ensaios dinâmicos realizados no decorrer da dissertação em estruturas reais de engenharia civil. Os objetivos dos ensaios foram aplicar as técnicas estudadas, comparar os métodos tradicionais de análise modal experimental – os ensaios *input-output* e os ensaios de análise modal operacional *output-only* – e verificar a validade do *software* desenvolvido em situações reais.

A primeira estrutura a ser identificada experimentalmente foi um modelo à escala 1/2 de vigas pré fabricadas de grande vão construídas em betão de alta resistência pré-esforçado, destinadas a serem usadas em pontes e viadutos. Esta viga foi desenvolvida na tese de doutoramento de Fernandes (2005), e o seu uso neste trabalho deveu-se a uma parceria existente entre a Universidade do Minho, o Instituto Politécnico de Leiria e a Universidade de Coimbra, que tornou possível o seu estudo. O interesse do estudo dinâmico desta viga foi o seu carácter singular de ser um protótipo de grandes dimensões, com o vão de cerca de 20 m de comprimento, e dado que é o protótipo feito em condições muito controladas e testadas, o seu estudo experimental poderá ter interesse em futuros estudos deste tipo de estruturas.

O segundo caso de estudo que será apresentado neste capítulo foi o ensaio dinâmico realizado na ponte ferroviária de Paradela, inserida na linha do Tua. Dado que a linha ferroviária encontra-se neste momento sem utilização, foi oportuno e possível realizar ensaios dinâmicos.

#### 6.2 Considerações gerais sobre o planeamento de ensaios dinâmicos

Este subcapítulo pretende explicar o planeamento e a metodologia utilizada na realização dos ensaios dinâmicos efetuados. Existem um conjunto de boas práticas dadas por Ewins (2000),



que devem ser tidas em conta para os ensaios dinâmicos, que divide o processo em três fases principais.

A primeira fase, é uma fase preparatória que corresponde a identificar os objetivos dos ensaios dinâmicos, i.e., o nível de informação que se pretende extrair da estrutura em teste, que varia de um nível zero, que corresponde à identificação das frequências naturais e os fatores de amortecimento, com a resposta medida em poucos pontos e ensaios breves, até a um nível 4, em que são medidos todos os parâmetros modais com qualidade exigente. Os ensaios dinâmicos efetuados têm como objetivo alcançar um nível 3, nesta escala, que corresponde adquirir informação sobre todos os parâmetros modais, frequências naturais, amortecimento e modos de vibração, incluindo a sua normalização à matriz de massa.

A segunda fase, denotada com fase exploratória, envolve uma pré-análise do problema de identificação, dado o nível de detalhe do ensaio dinâmico requerido na primeira fase, ter uma noção sobre o comportamento da estrutura e do equipamento necessário a ser usado. Contempla um estudo e um planeamento da posição otimizada dos transdutores usados na leitura da resposta, no conhecimento da frequência de amostragem de aquisição dos sinais ideal, na escolha do tipo de excitação e os sítios onde esta será aplicada. Este conhecimento é necessário dado numa estrutura existirem infinitos graus de liberdade, apenas é possível a medição de um número discreto de graus de liberdade, pelo que é fundamental ter uma ideia, ou um modelo simplificado de como a estrutura funciona, para saber quais os graus de liberdade mínimos a estimar de modo a que se possam medir/identificar os distintos modos de vibração. Outro aspeto de extrema relevância é a identificação do sistema de suporte da estrutura, para evitar que o sistema estudado seja contaminado por outros sistemas que o rodeiam.

A terceira fase corresponde à etapa da medição propriamente dita. Nesta etapa é fundamental uma preocupação com a qualidade dos sinais adquiridos, ter em conta o nível de ruído ambiente, fazendo algumas verificações no decorrer do ensaio. É importante, também, haver uma preocupação com a repetibilidade dos ensaios, para evitar erros na fase seguinte.

A última fase de um ensaio dinâmico é o pós-processamento da informação recolhida e a extração de parâmetros modais.

6.3 Ensaio referência na viga de betão armado pré-esforçado

O primeiro ensaio dinâmico foi efetuado numa viga de betão armado de alta resistência pré-esforçado, com um vão de 20 m de comprimento. A informação detalhada sobre o processo de dimensionamento e de construção da viga encontra-se apresentada em Fernandes (2005). Resumidamente, a viga foi feita com um betão de alta resistência da ordem de 120 MPa, com uma secção em I, com 12 cordões de pré-esforço no banzo inferior e 2 cordões não aderentes no banzo superior. A Figura 6.1 ilustra os pormenores construtivos e geometria da secção da viga estudada.

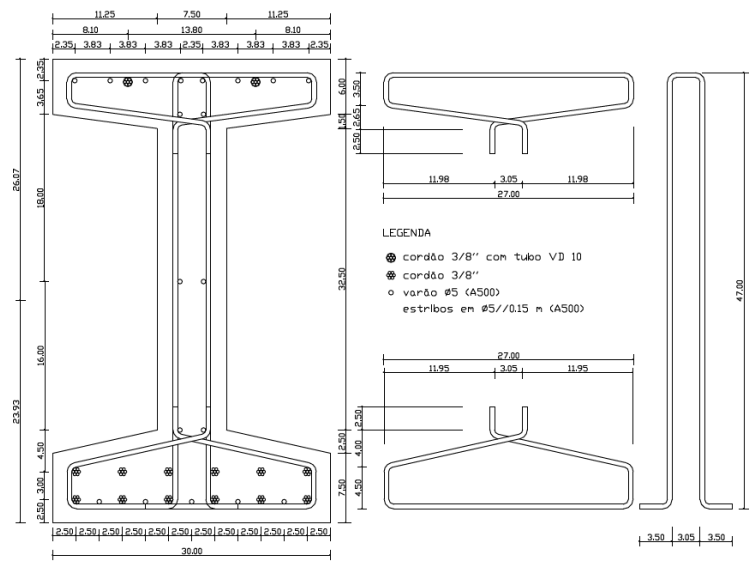


Fig. 6.1 – Desenho pormenor da secção da viga de betão armado de alta resistência pré-esforçada, adaptado de Fernandes (2005)

No trabalho de Fernandes (2005) foi realizado um ensaio experimental em virtude das caracterizações dinâmicas da viga. Contudo, o ensaio experimental focou-se apenas na determinação dos modos de flexão no plano vertical.

Tabela 6.1 – Resultados dos parâmetros dinâmicos obtidos experimentalmente por Fernandes (2005)

Modo de vibração	1	2	3	4
Frequência [Hz]	3,34	13,19	29,09	50,07
Amortecimento [%]	0,781	0,414	0,489	0,571

Tendo em conta os resultados obtidos anteriormente por Fernandes (2005), e de maneira a captar os primeiros 4 modos de vibração de flexão verticais, foi usado uma frequência de amostragem de 200 Hz, o que possibilita uma análise até 100 Hz, para os ensaios de ruído ambiente. No ensaio *input-output* foi utilizado um martelo de impacto para excitar a estrutura (modelo PCB 086D50), dado que o sinal transiente ocorre num período de tempo muito curto, optou-se por uma frequência de amostragem de 1000 Hz.

Na Figura 6.2 está esquematizada a malha de pontos de medição da resposta, com 18 posições de medição no topo da viga colocados junto das extremidades para medir a resposta na direção vertical, e 9 sensores colocados lateralmente para medir a resposta na direção perpendicular. A colocação dos sensores foi realizada analisando geometricamente as configurações dos primeiros 4 modos de flexão, de maneira a evitar colocar sensores nos nodos da estrutura, i.e., onde existem pontos de inflexão do sentido de vibração e a amplitude da resposta é nula.

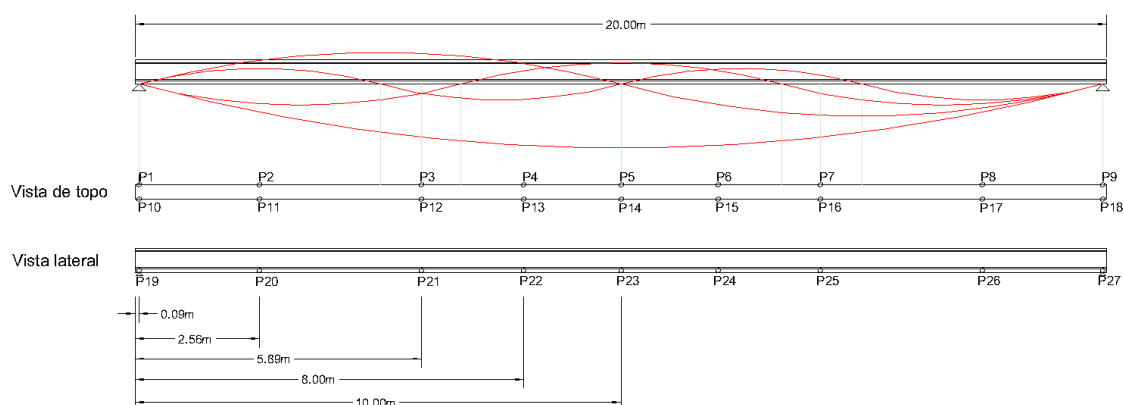


Fig. 6.2 – Esquema ilustrativo do posicionamento dos sensores ao longo da viga

Desta forma, para além de ser possível captar os modos de vibração de flexão na direção vertical, é possível também captar os modos de vibração de flexão laterais, e os possíveis modos de torção. O número de acelerómetros usados foi escolhido de forma a distribuir a medição das respostas ao longo da viga, de maneira que os modos de vibração sejam bem representados e distinguidos.

Apesar de a viga ser teoricamente simétrica ao longo do seu comprimento, e dessa forma, ser apenas necessário medir metade da viga, optou-se por medir em todo o comprimento para

analisar possíveis anomalias na viga, e também para haver uma maior redundância da informação em caso de haver sinais mal adquiridos.

### 6.3.1 Configuração do ensaio

O ensaio decorreu em ambiente laboratorial, a viga encontrava-se simplesmente apoiada em dois maciços de betão armado. Como foi usado um sistema de aquisição de 16 canais, para englobar todos os pontos ilustrados na Figura 6.2 foi necessário dividir o ensaio em dois *setups*, que estão ilustrados nas Figuras 6.3 e 6.4. As setas a azul correspondem aos acelerómetros de referência, os únicos que permanecem na mesma posição nas duas configurações, permitindo que os vários *setups* possam ser sobrepostos.

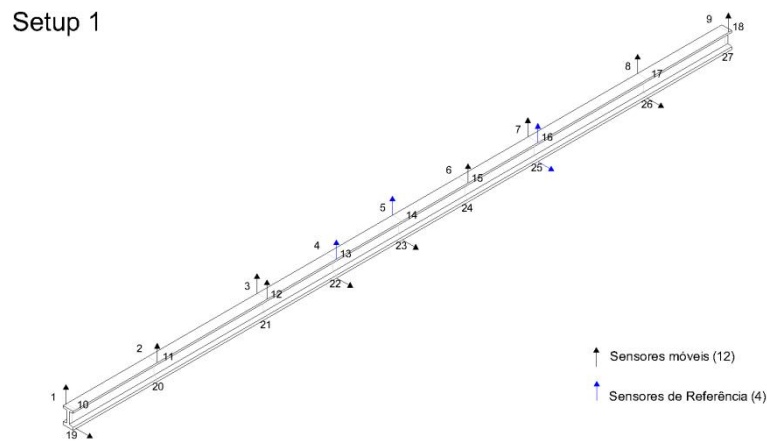


Fig. 6.3 – Esquema ilustrativo do posicionamento dos sensores colocados no *Setup 1*

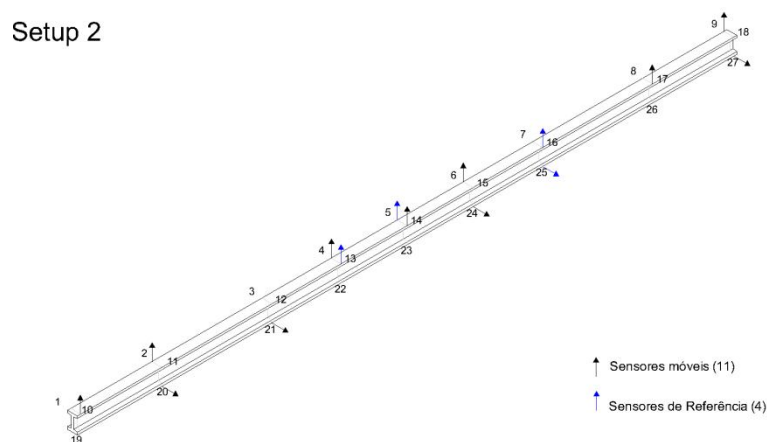


Fig. 6.4 – Esquema ilustrativo do posicionamento dos sensores colocados no *Setup 2*

De realçar que, a escolha dos acelerómetros de referência foi feita de modo a que estes sensores captassem todos os modos de vibração previstos e houvesse sensores de referência nas duas direções, para poder haver uma sensibilidade da relatividade da amplitude de vibração longitudinal em virtude de amplitude de vibração transversal.

Na Figura 6.5 encontram-se algumas fotografias do ensaio da viga. Em último lugar aparece o pormenor de fixação dos acelerómetros, que foi realizado através do uso de umas chapas metálicas que foram fixadas à viga por meio de super-cola.



Fig. 6.5 – Fotografias ilustrativas do ensaio dinâmico e pormenor de fixação dos acelerómetros à viga

### 6.3.2 Ensaio com ruído ambiente

O primeiro ensaio dinâmico na viga foi o ensaio de ruído ambiente, em que para cada *setup* foram adquiridos os sinais de resposta em termos de acelerações da estrutura durante o período de 10 minutos, sendo a viga apenas excitada pelas vibrações existentes no laboratório.

As séries temporais da resposta podem ser vistas na Figura 6.6, onde a azul se encontram os sinais da aceleração vertical e a vermelhos os sinais respetivos à aceleração transversal. A ordem de grandeza das acelerações nas duas direções medidas é sensivelmente semelhante.

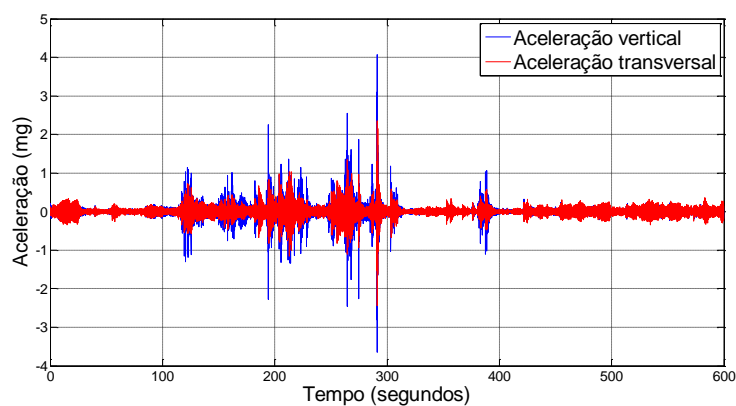


Fig. 6.6 – Séries temporais de acelerações adquiridas no ensaio de ruído ambiente

Nas Figuras 6.7 e 6.8 são apresentados os espectros normalizados médios para os registos de acelerações verticais e transversais, respetivamente, para o ensaio de ruído ambiente. Esta separação dos espectros nas direções medidas permite uma melhor visualização e distinção dos picos de ressonância.

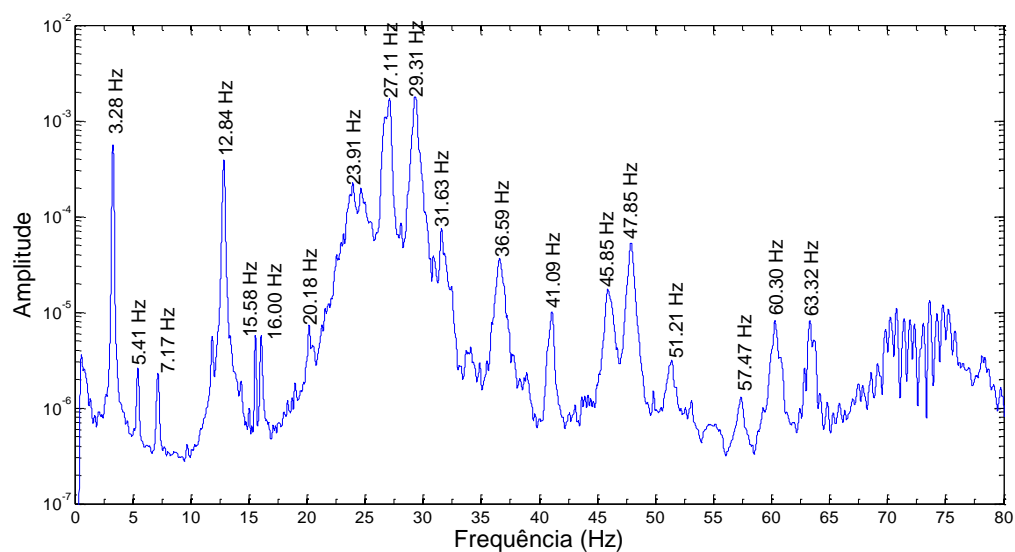


Fig. 6.7 – Espectro normalizado médio dos registos de acelerações verticais da viga do ensaio de ruído ambiente

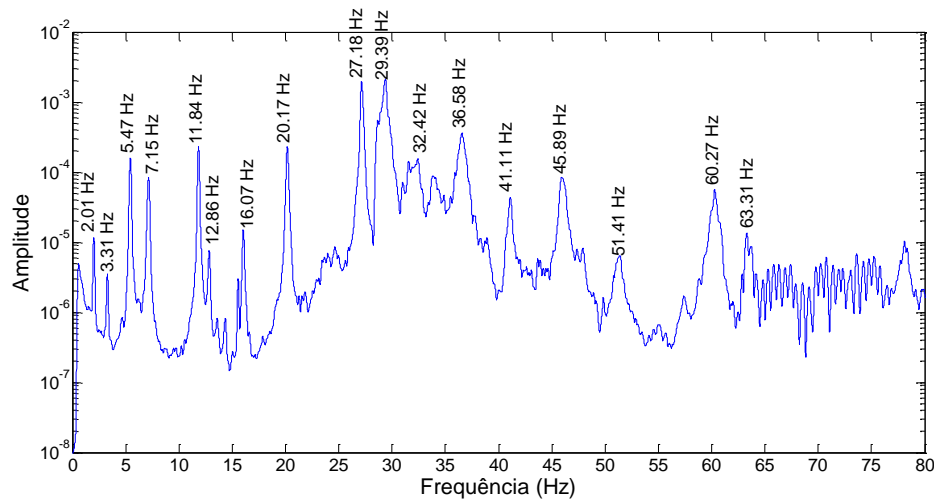


Fig. 6.8 – Espectro normalizado médio dos registos de acelerações transversais da viga do ensaio de ruído ambiente

Os espectros foram calculados com uma janela de dados de 2048 pontos do tipo *Hanning* e uma sobreposição de 50% de 32768 pontos da serie temporal, que resultou em 16 médias por cada estimava espectral e uma resolução em frequência de  $3,1 \times 10^{-3}$  Hz.

Da análise dos espectros normalizados médios das Figuras 6.7 e 6.8 é possível ter uma percepção das frequências e quantidade dos modos de vibração captados e da sua direção, já que certos modos apenas se encontram mais evidenciados apenas numa direção.

Quanto ao processamento e extração dos parâmetros dinâmicos, foi usado o programa comercial ARTeMIS (SVS, 2011), onde foram usados os métodos *EFDD* e *SSI-CVA*. Foi escolhida a variante *Canonical Variate Analysis (CVA)* do algoritmo de identificação estocástica *SSI*, pois das três variantes disponíveis no *software* comercial, esta variante lida melhor com modos de vibração com diferentes níveis de excitação.

Na Figura 6.9 está ilustrado a média normalizada dos valores singulares para os dois *setups* do ensaio de ruído ambiente, que é parte do processo de estimação do método *EFDD*. Os picos foram selecionados automaticamente pelo programa, através de um algoritmo que tem em conta a amplitude do pico, o valor mínimo da função de Coerência, o valor máximo de *MAC* entre modos, o valor máximo de amortecimento e o número máximo de picos a selecionar. Contudo, foram ainda acrescentados aos modos selecionados automaticamente, os picos que apesar de terem falhado nos critérios de seleção do algoritmo serem possíveis modos de vibração.

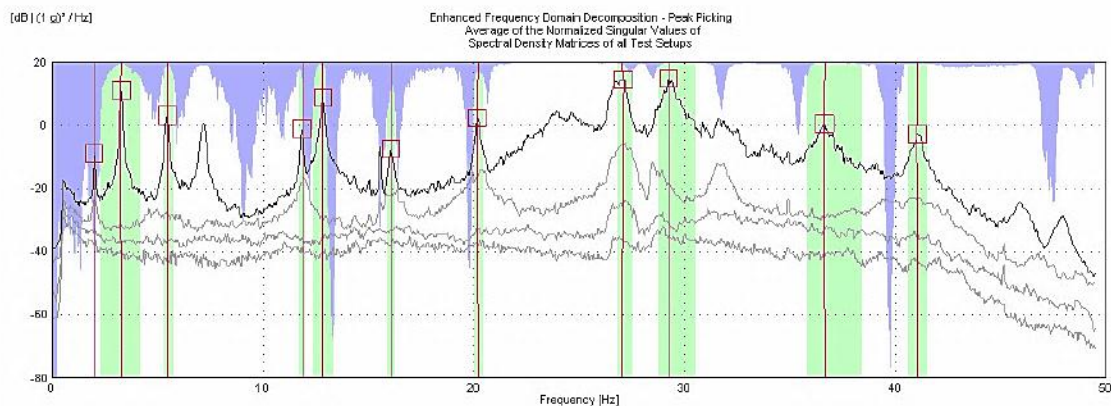


Fig. 6.9 – Média normalizada dos valores singulares para os dois *setups* do ensaio de ruído ambiente na viga

O processo para a estimativa da frequência natural e do amortecimento pelo método *EFDD* pode ser analisado na Figura 6.10, onde é apresentado o exemplo do segundo pico selecionado. A partir do primeiro valor singular, para cada pico selecionado e para cada *setup*, o programa seleciona os valores na proximidade do pico, se estes tiverem um valor *MAC* superior a 0,8. Com base nesses valores selecionados é estimada a função de autocorrelação. A partir do logaritmo da envolvente da função de autocorrelação é ajustada uma reta, em que o declive é proporcional ao amortecimento do modo em causa. A frequência natural é estimada pelo número de passagens por zero da função de autocorrelação.

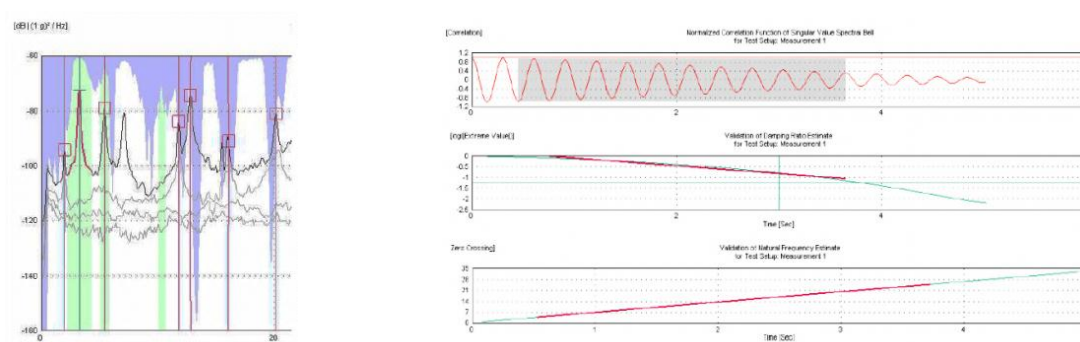


Fig. 6.10 – Imagem ilustrativa do processo de estimação do método *EFDD* aplicado como exemplo ao segundo pico selecionado



Tabela 6.1 – Frequências e amortecimento estimados pelo método *EFDD* do programa ARTEMIS (2011) para o ensaio de ruído ambiente

Modo	Frequência [Hz]	Desvio Padrão da Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Desvio Padrão do Amortecimento [%]
EFDD 1	2,02	0,02	3,01	0,05
EFDD 2	3,29	0,01	1,70	0,06
EFDD 2	5,46	0,03	1,20	0,07
EFDD 3	11,86	0,03	0,61	0,00
EFDD 4	12,84	0,01	0,64	0,04
EFDD 5	16,10	0,08	0,47	0,05
EFDD 6	20,19	0,02	0,47	0,03
EFDD 7	27,00	0,23	0,66	0,27
EFDD 8	29,27	0,09	0,72	0,36
EFDD 9	47,93	0,05	0,52	0,02

Na Tabela 6.1 são apresentados os resultados das frequências naturais e amortecimento obtido através do método *EFDD* do programa ARTEMIS para ensaio de ruído ambiente.

Para comparar com os resultados obtidos através do método *EFDD*, como foi referido anteriormente, apresentam-se de seguida, os resultados obtidos através do método *SSI-CVA* do programa comercial. O método paramétrico SSI efetua um ajustamento de um modelo às series temporais. A primeira fase do método SSI é estimar a ordem do modelo, i.e., o número de polos, que podem corresponder a modos de vibração ou modos computacionais necessários ao ajuste do ruído e erros numéricos. Na Figura 6.11 é apresentado o diagrama de estabilização do método SSI-CVA, para o primeiro *setup* do ensaio de ruído ambiente.

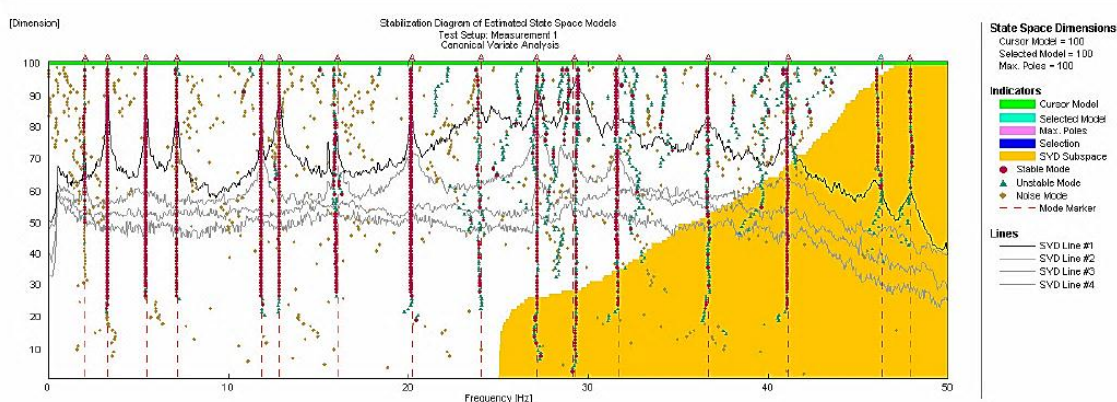


Fig. 6.11 – Diagrama de estabilização do método *SSI-CVA* do programa comercial para o ensaio de ruído ambiente na viga

O diagrama de estabilização permite identificar mais claramente qual a ordem ideal do modelo paramétrico e distinguir os modos estruturais dos modos computacionais, correspondendo as abcissas à frequência e as ordenadas correspondem à ordem do modelo. O algoritmo *SSI* iniciou o cálculo considerando uma ordem de 20 até ao limite de 100. Na Figura 6.11, a vermelho são identificados os modos estáveis, a verde os modos instáveis e a castanho os modos de ruído. Esta classificação dos modos como estáveis, instáveis ou modos de ruído é feita através do algoritmo contido no programa ARTeMIS, que faz uma comparação entre os modos estimados por um modelo de ordens consecutivas. Existe uma definição por parte do utilizador do máximo de desvio da frequência, do amortecimento, do valor *MAC* entre modos de modelos consecutivos e ainda uma definição do desvio do valor *MAC* entre um determinado modelo e o modelo inicial. Os parâmetros aqui usados foram os que estão definidos por defeito pelo programa, um desvio máximo de 0,01 Hz em termos de frequência, um desvio máximo de 5% no fator de amortecimento e um desvio máximo de 0,05 do valor *MAC*. Para além dessas definições, existem, também, a definição de intervalo previsível para os valores de amortecimento, onde também foram usados os valores por defeito, que variam entre o mínimo de 0,05% e um máximo de 5% para o fator de amortecimento, sendo estes valores comuns para as estruturas de engenharia civil. Esta última definição permite distinguir os modos estruturais dos modos de ruído, pois geralmente estes têm um amortecimento fora desta gama de valores.

Os valores obtidos através do método *SSI-CVA* do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente podem ser consultados na Tabela 6.2. De salientar que, os modos identificados na Tabela 6.2 são os modos que apresentaram estabilidade para os dois *setups*.

Tabela 6.2 – Frequências e amortecimento estimados pelo método *SSI-CVA* do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente

<b>Modo</b>	<b>Frequências (Hz)</b>	<b>Desvio Padrão (Hz)</b>	<b>Amortecimento (%)</b>	<b>Desvio Padrão (%)</b>
SSI-CVA 1	3,29	0,01	0,73	0,98
SSI-CVA 2	11,85	0,02	0,30	0,08
SSI-CVA 3	12,83	0,01	0,44	0,11
SSI-CVA 4	16,00	0,05	0,47	0,27
SSI-CVA 5	20,20	0,02	0,27	0,19
SSI-CVA 6	27,17	0,09	0,34	0,19
SSI-CVA 7	29,31	0,10	0,93	0,35
SSI-CVA 8	47,91	0,04	0,64	0,23

### 6.3.3 Ensaio com impulsos aleatórios

De maneira a melhorar os resultados obtidos no ensaio de ruído ambiente da viga de betão pré-esforçado, foi também realizado um segundo ensaio em que se excitou a viga com pancadas induzidas por um martelo convencional, dadas ao longo da viga e de uma forma aleatória. A metodologia do ensaio foi semelhante ao ensaio anterior de ruído ambiente, sendo utilizados os mesmos dois *setups*. As séries temporais de acelerações verticais e transversais para o primeiro *setup* são apresentadas na Figura 6.12, para os registos obtidos no ensaio excitação artificial aleatória.

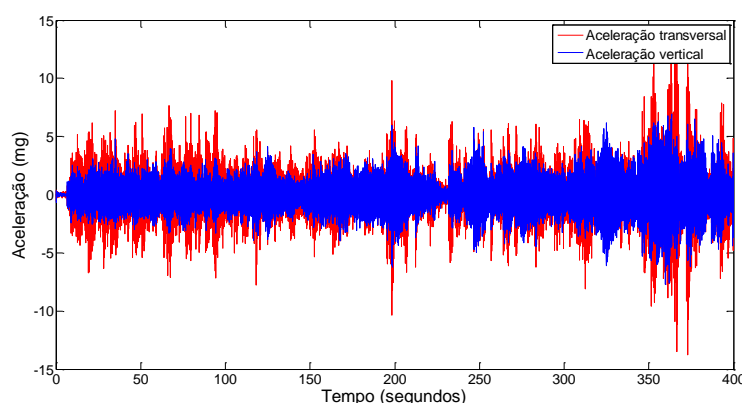


Fig. 6.12 – Séries temporais de acelerações adquiridas no ensaio com excitação artificial aleatória

Comparando as séries temporais deste ensaio com as séries temporais do ensaio anterior, que podem ser vistas na Figura 6.6, é visível um aumento da amplitude da aceleração da ordem de 1:3. Neste ensaio as acelerações transversais são ligeiramente superiores às acelerações verticais.

Nas seguintes Figuras 6.13 e 6.14 são novamente apresentados os espectros normalizados médios para os registos verticais e transversais respetivamente.

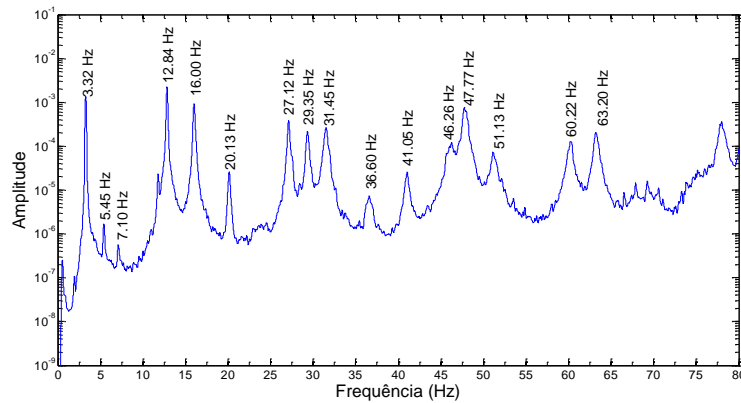


Fig. 6.13 – Espectro normalizado médio dos registos de acelerações verticais da viga do ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória

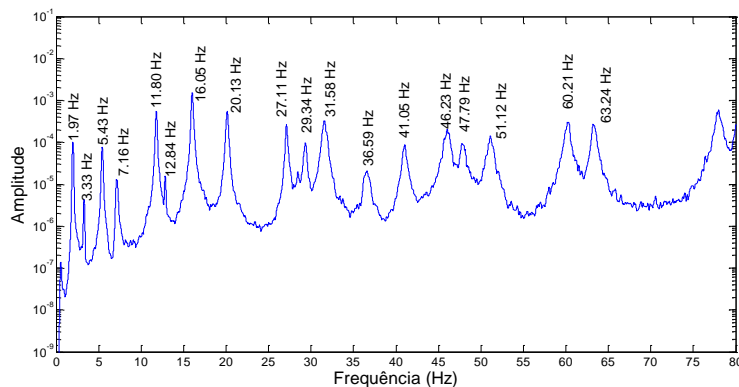


Fig. 6.13 – Espectro normalizado médio dos registos de acelerações transversais da viga do ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória

A informação recolhida neste ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória foi, novamente, analisada no programa comercial ARTeMIS (SVD, 2011), recorrendo aos métodos *EFDD* e *SSI-CVA*. A média normalizada dos valores singulares para os dois *setups* pode ser vista na Figura 6.14. Os resultados do método *EFDD* obtidos através do programa comercial podem ser observados na Tabela 6.3. Comparando com o ensaio anterior é visível uma maior clareza nos espectros, dado a melhor relação sinal/ruído dos sinais.

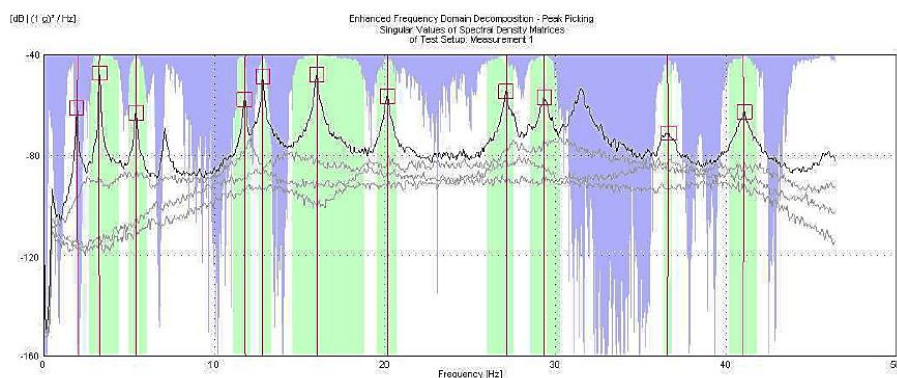


Fig. 6.14 – Média normalizada dos valores singulares para os dois *setups* do ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória na viga

Tabela 6.3 – Frequências e amortecimento estimados pelo método *EFDD* do programa ARTeMIS (2011) para o ensaio de ruído ambiente

Modo	Frequência [Hz]	Desvio Padrão da Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Desvio Padrão do Amortecimento [%]
EFDD 1	1,98	0,03	1,69	0,05
EFDD 2	3,28	0,00	0,88	0,04
EFDD 3	5,43	0,03	0,92	0,06
EFDD 4	11,81	0,02	0,50	0,04
EFDD 5	12,84	0,00	0,28	0,05
EFDD 6	16,04	0,07	0,41	0,05
EFDD 7	20,14	0,01	0,49	0,01
EFDD 8	27,13	0,03	0,38	0,06
EFDD 9	29,32	0,02	0,53	0,03
EFDD 10	36,56	0,07	0,62	0,40
EFDD 11	40,99	0,03	0,64	0,13
EFDD 12	47,70	0,00	0,43	0,00

Neste ensaio foi possível identificar mais modos de vibração porque o ensaio anterior não tinha um nível de excitação necessário para excitar todos os modos. Contudo, a maior parte das frequências são identificadas nos dois ensaios e os resultados são semelhantes.

O método *SSI-CVA* do programa ARTeMIS foi novamente aplicado e o diagrama de estabilização para este segundo ensaio pode ser visto na Figura 6.15. Comparando com os resultados anteriores (ver Figura 6.11) é notório um aumento da clareza da estabilização, aparecendo menores modos de ruído (a castanho) e maior número de modos estáveis (a vermelho).

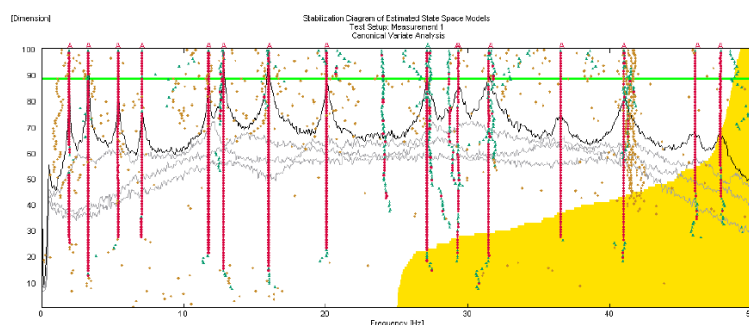


Fig. 6.15 – Diagrama de estabilização do método SSI-CVA do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória na viga

Tabela 6.4 – Frequências e amortecimento estimados pelo método SSI-CVA do programa ARTeMIS (2011) para o ensaio de ruído ambiente com excitação artificial aleatória

Modo	Frequências (Hz)	Desvio Padrão (Hz)	Amortecimento (%)	Desvio Padrão (%)
SSI-CVA 1	1,98	0,02	0,87	0,46
SSI-CVA 2	3,28	0,00	0,34	0,43
SSI-CVA 3	5,43	0,02	0,80	0,09
SSI-CVA 4	7,14	0,05	0,86	0,33
SSI-CVA 5	11,80	0,02	0,43	0,05
SSI-CVA 6	12,84	0,01	0,28	0,10
SSI-CVA 7	16,05	0,05	0,34	0,07
SSI-CVA 8	20,13	0,01	0,36	0,02
SSI-CVA 9	27,15	0,03	0,42	0,14
SSI-CVA 10	29,34	0,03	0,50	0,16
SSI-CVA 11	31,59	0,11	0,51	0,06
SSI-CVA 12	36,62	0,08	0,93	0,05
SSI-CVA 13	40,99	0,02	0,61	0,12
SSI-CVA 14	46,18	0,17	0,74	0,04
SSI-CVA 15	47,85	0,02	0,59	0,02

O método SSI-CVA conseguiu extrair mais modos de vibração neste ensaio, dado que no ensaio de ruído ambiente alguns dos modos não tiveram excitação suficiente. Verifica-se também uma redução no desvio padrão das frequências e dos amortecimentos obtidos, o que indica uma melhoria na confiança dos resultados.

Os modos de vibração da viga obtidos através do método SSI-CVA podem ser visualizados na Figura 6.16.

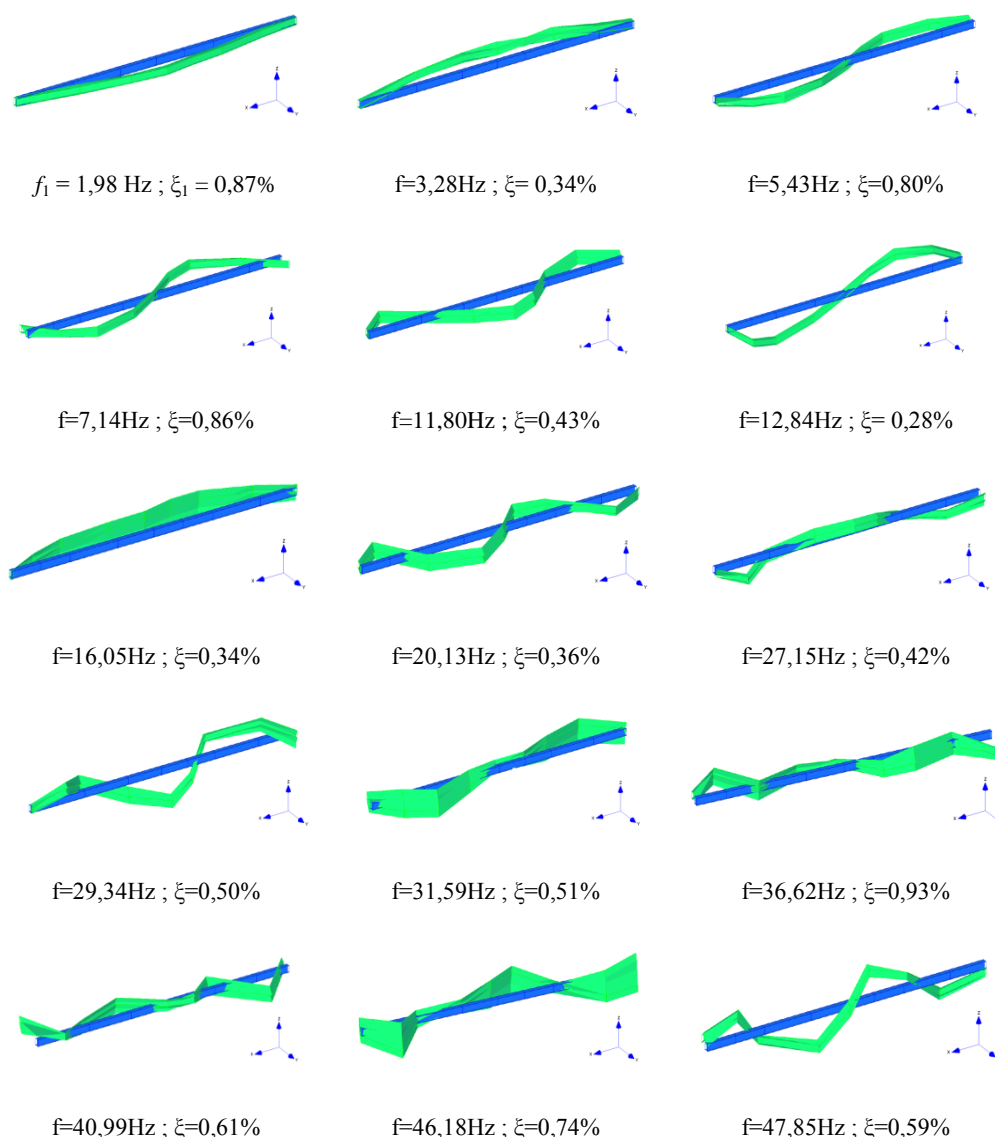


Fig. 6.16 – Modos de vibração obtidos através do método *SSI-CVA* do programa ARTeMIS

Verifica-se que os modos de flexão laterais da viga têm frequências menores do que os modos de flexão verticais. Verifica-se, também, o aparecimento de alguns modos semelhantes como por exemplo o 4º modo, que é muito semelhante ao 3º modo, e também o modo 9º e 10º. Uma possível explicação para a existência deste modo pode ser o facto de a viga poder estar mal apoiada.

Com o objetivo de comparar as diferentes estimativas dos modos de vibração pelos dois métodos usados e também pelos dois ensaios efetuados, nomeadamente o ensaio de ruído ambiente e ensaio de impactos aleatórios são apresentados nas Figuras 6.17 e 6.18 os valores *MAC* entre os vários resultados. Na Figura 6.17a são apresentados os valores *auto-MAC* dos modos obtidos através do método *SSI-CVA* dos dados do ensaio de impacto aleatórios. Os

valores *auto-MAC* são os valores *MAC* entre modos de vibração obtidos através do mesmo processo com o objetivo de saber se os modos de vibração são distintos entre si. Pode verificar-se que existem significativas semelhanças entre o 3º e o 4º modo, dado o elevado valor *MAC* entre estes dois modos, o que indica que estes dois modos podem ser, na verdade, apenas um modo. Por outro lado, na Figura 6.17b, são apresentados os valores *MAC* entre os modos de vibração obtidos através métodos *EFDD* e do *SSI-CVA* provindo do mesmo ensaio, o ensaio de impactos aleatórios.

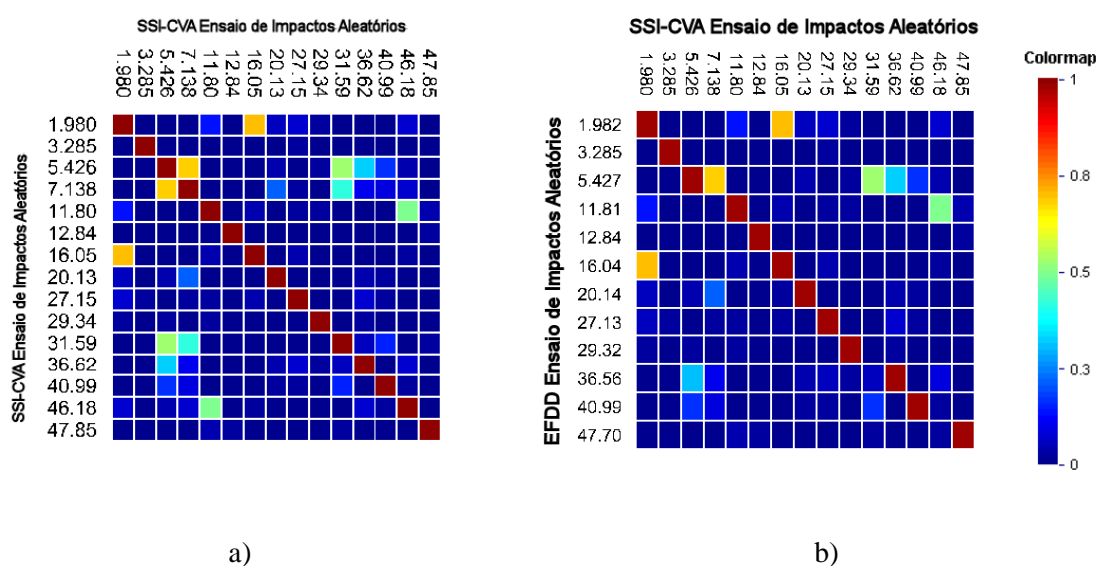


Fig. 6.17 – Representação gráfica dos valores *MAC*; a) *Auto-MAC* do método *SSI-CVA* para o ensaio de Impactos Aleatórios; b) *MAC* entre os modos obtidos através do método *EFDD* e *SSI-CVA* para o ensaio de Impactos Aleatórios

Estes valores são aqui apresentados com o intuito de verificar as diferenças e semelhanças entre os dois métodos, pelo que, através da análise da figura é possível verificar que, apesar de, o método *SSI-CVA* identificar mais modos, os modos obtidos pelo método *EFDD* são muito equivalentes aos modos de semelhante frequência obtidos pelo *SSI-CVA*.

Por outro lado, na Figura 6.18, é feito um comparativo entre os resultados obtidos pelo método *SSI-CVA* através dos dados adquiridos no ensaio de ruído ambiente e os dados do ensaio de impactos aleatórios. Verifica-se que os modos estimados através do ensaio de ruído ambiente encontram uma correspondência com os modos obtidos através do ensaio de impactos aleatórios, dado que os valores *MAC* entre modos são próximos da unidade.



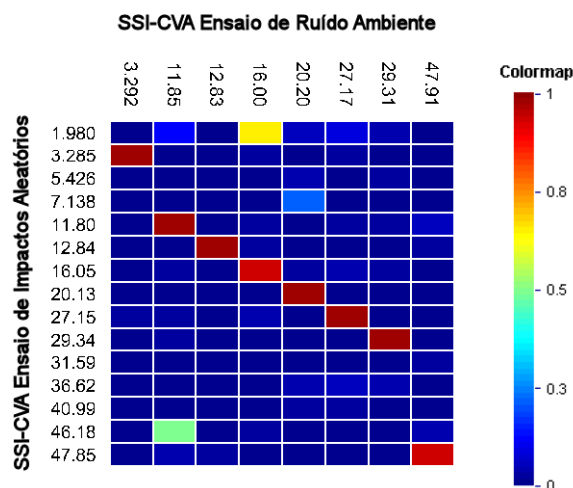


Fig. 6.18 – Representação gráfica dos valores *MAC* entre os modos de vibração obtidos pelo método *SSI-CVA* nos dois ensaios (ruído ambiente e impactos aleatórios)

## 6.4 Validação do UModal para a viga de betão armado

### 6.4.1 Ensaios com impactos aleatórios

Depois de se obter resultados clarificadores dos parâmetros dinâmicos da viga, resultados estes obtidos através do programa comercial ARTeMIS, o próximo passo foi analisar os dados novamente, desta vez, utilizando o *software* desenvolvido pela Universidade do Minho, o UModal.

De seguida, apresentar-se-ão os resultados do ensaio de impactos aleatórios processados pelo método EFDD inserido na *toolbox output-only* do *software* UModal. Na Figura 6.19 mostra-se a representação dos valores singulares obtidos para o 1º *setup* do ensaio de impactos aleatórios através do *software* UModal.

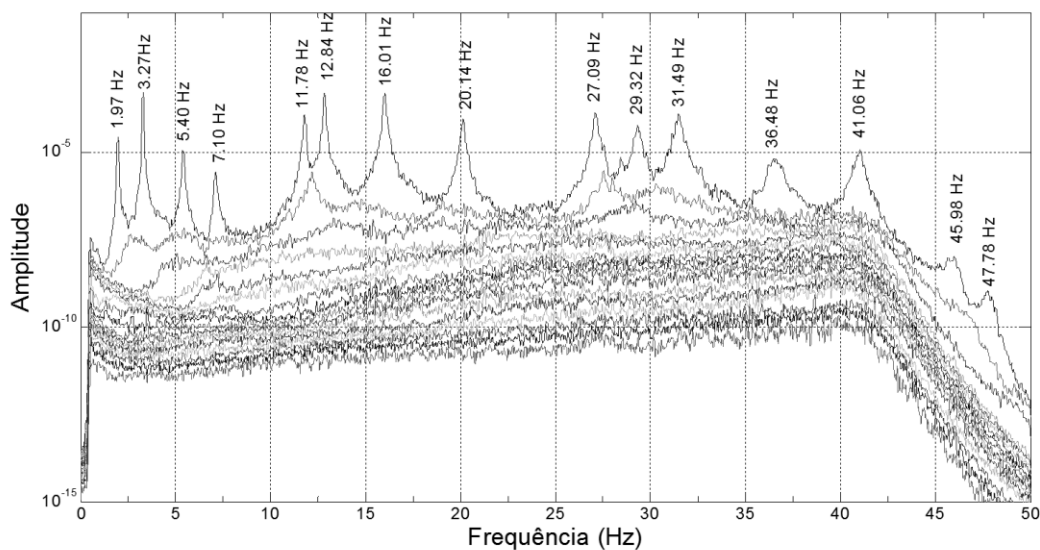


Fig. 6.19 – Valores singulares obtidos para o 1º *setup* do ensaio de impactos aleatórios através do *software* UModal

No UModal, a seleção dos modos de vibração é realizada manualmente pelo utilizador do programa, pois ainda carece de um algoritmo de escolha automatizada dos picos. Através do gráfico do 1º valor singular de cada *setup* foram selecionados os picos com maior relevância. Após essa seleção para cada frequência selecionada e através de uma definição do valor mínimo de *MAC*, tendo sido definido um valor igual a 0,8, o software seleciona os valores próximos do pico que encaixem nesse valor de *MAC*. Seguidamente, é estimada a função de autocorrelação através do algoritmo *IFFT* dos pontos atrás selecionados. Na Figura 6.20a pode ser observado um exemplo da função autocorrelação normalizada estimada para o 1º modo de flexão vertical ( $f=3,28$  Hz). A partir desse momento, o utilizador escolhe os valores máximos e mínimos da função autocorrelação, de maneira que o amortecimento poder ser estimado com base num ajuste linear à envolvente logarítmica dos extremos desse segmento da função de autocorrelação normalizada (ver Figura 6.20b).

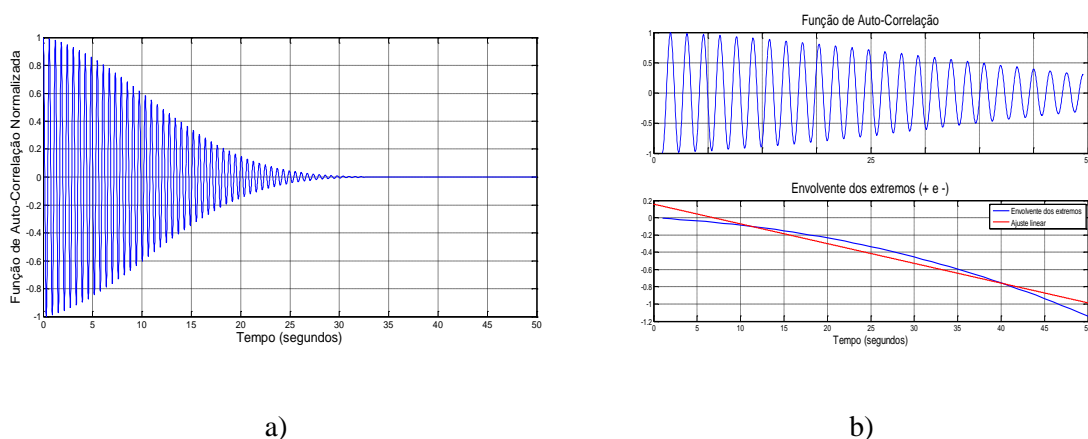


Fig. 6.20 – Processo de estimação do fator de amortecimento; a) Função de autocorrelação normalizada; b) Processo de ajuste linear à envolvente logarítmica dos extremos da função de autocorrelação

Em termos gerais, o método *EFDD* da *toolbox* da Universidade do Minho é semelhante ao inserido no *software* comercial ARTeMIS. Contudo, este último é melhorado pela automatização da seleção dos picos. Os resultados obtidos para as frequências e coeficientes de amortecimento encontram-se apresentados na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 – Resultados da estimação das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método *EFDD* do *software* UModal no ensaio de impactos aleatórios

Modo	Frequência [Hz]	Desvio Padrão da Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Desvio Padrão do Amortecimento [%]
EFDD 1	1,98	0,02	1,51	0,04
EFDD 2	3,29	0,00	0,77	0,06
EFDD 3	5,42	0,03	0,86	0,00
EFDD 4	7,16	0,07	0,94	0,06
EFDD 5	11,80	0,03	0,44	0,03
EFDD 6	12,85	0,02	0,28	0,05
EFDD 7	16,05	0,05	0,40	0,03
EFDD 8	20,15	0,02	0,44	0,02
EFDD 9	27,15	0,08	0,39	0,02
EFDD 10	29,33	0,00	0,50	0,08
EFDD 11	31,54	0,08	0,59	0,07
EFDD 12	36,62	0,02	0,82	0,18
EFDD 13	41,01	0,06	0,60	0,09
EFDD 14	46,11	0,16	1,53	0,78
EFDD 15	47,75	0,04	0,58	0,08

A representação gráfica dos modos de vibração obtidos através do método *EFDD* do programa UModal pode ser visualizada na Figura 6.21.

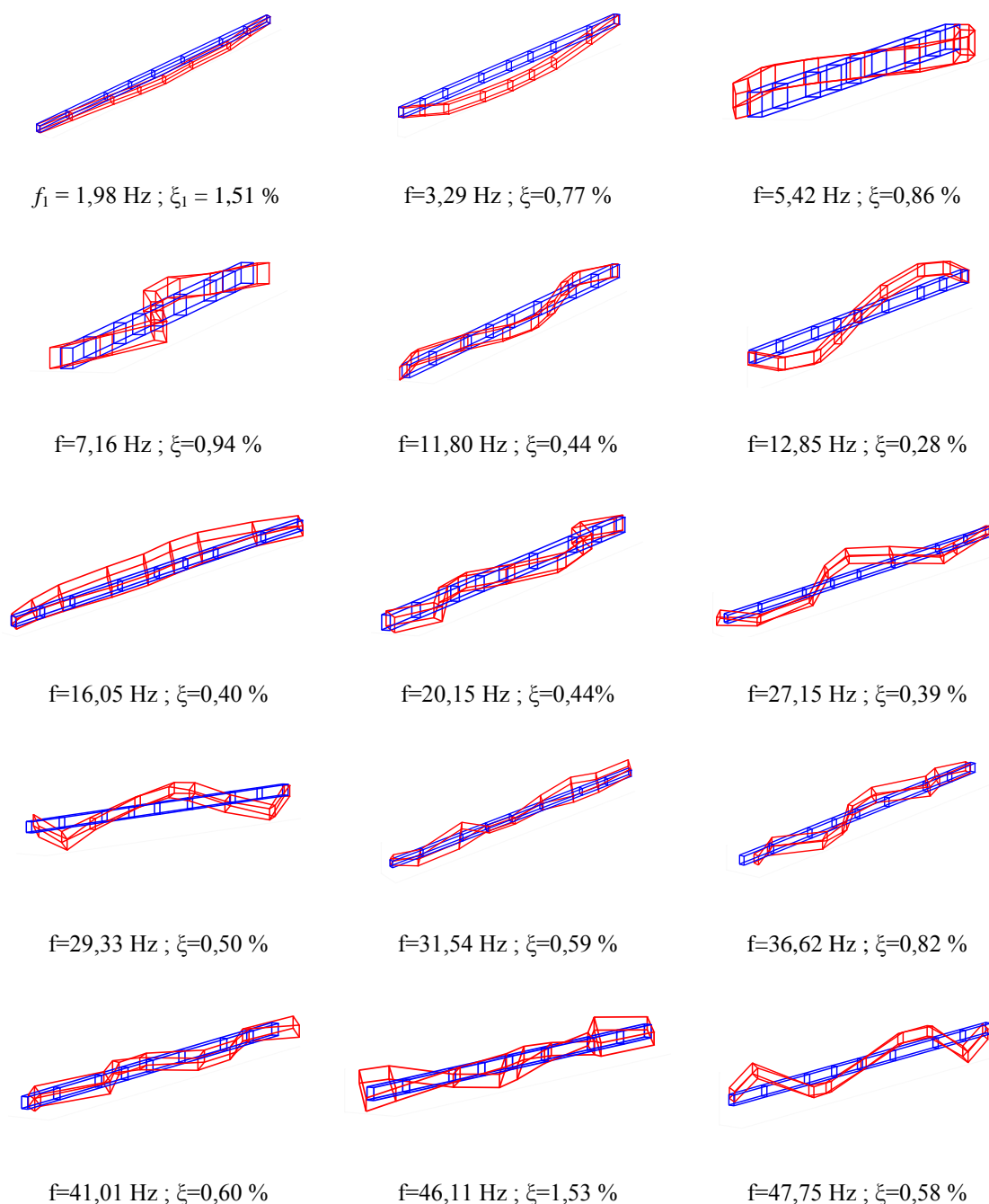


Figura 6.21 – Representação gráfica dos modos de vibração obtidos através do programa UModal do método *EFDD* resultantes do ensaio de impactos aleatórios na viga

Foram calculados os valores *MAC* entre os modos de vibração obtidos pelo mesmo método de identificação, o método *EFDD*, para ambos os programas, de modo a fazer um comparativo (ver Figura 6.22).

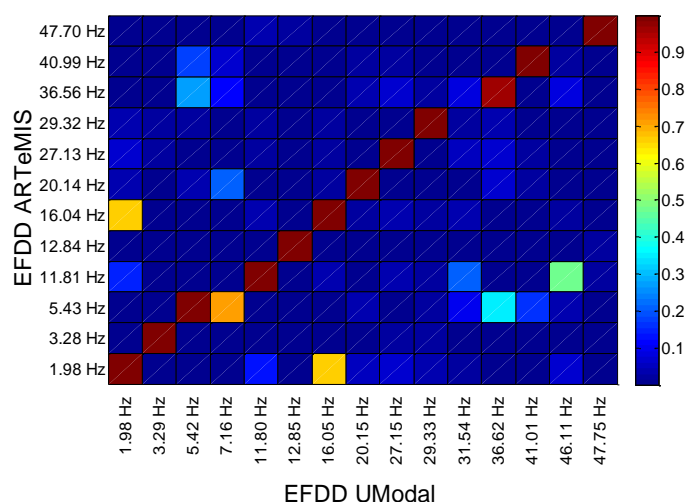


Fig. 6.22 – Representação gráfica dos valores *MAC* entre os modos obtidos pelo método *EFDD* do *software* ARTEMIS e UModal para o ensaio de impactos aleatórios na viga de betão pré-esforçado

Na Tabela 6.6 faz-se um comparativo dos resultados obtidos pelo método *EFDD* de ambos os programas tendo como base os registos do mesmo ensaio, o ensaio de impactos aleatórios.

Tabela 6.6 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois *softwares* utilizados

Modo	$f$ [Hz] EFDD ARTEMIS	$f$ [Hz] EFDD UModal	Dif. $f$ [Hz]	$\xi$ [%] EFDD ARTEMIS	$\xi$ [%] EFDD UModal	Dif. $\xi$ [%]
Modo 1	1,98	1,98	0,000	1,69	1,51	-0,178
Modo 2	3,28	3,29	0,002	0,88	0,77	-0,104
Modo 3	5,43	5,42	-0,008	0,92	0,86	-0,053
Modo 4	11,81	11,80	-0,006	0,50	0,44	-0,057
Modo 5	12,84	12,85	0,014	0,28	0,28	-0,005
Modo 6	16,04	16,05	0,007	0,41	0,40	-0,012
Modo 7	20,14	20,15	0,014	0,49	0,44	-0,053
Modo 8	27,13	27,15	0,012	0,38	0,39	0,006
Modo 9	29,32	29,33	0,003	0,53	0,50	-0,028
Modo 10	36,56	36,62	0,065	0,62	0,82	0,200
Modo 11	40,99	41,01	0,017	0,64	0,60	-0,048
Modo 12	47,70	47,75	0,044	0,43	0,58	0,154

Analisando a Tabela 6.6 pode verificar-se que os resultados obtidos por ambos os programas resultantes do mesmo método (*EFDD*) são muito semelhantes tal como antes se tinha previsto, o que valida o *software* UModal.

### 6.4.2 Ensaios input-output

Até ao momento foram analisados os resultados dos ensaios no domínio da análise modal operacional, primeiramente o ensaio de ruído ambiente e em segundo lugar o ensaio de impactos aleatórios. Contudo, um outro tipo de ensaios foi efetuado na mesma estrutura; o ensaio de *input-output*. Para este terceiro ensaio, que requer um instrumento que induza uma força medida na estrutura, foi usado um martelo de impulsos modelo PCB- 086D50, sendo este capaz de aplicar uma excitação transiente e de a medir através de um transdutor de força interior. O ensaio seguiu uma filosofia *SIMO*, i.e., a cada *setup* de acelerómetros, a viga foi excitada apenas num grau de liberdade. Os *setups* foram semelhantes aos usados nos ensaios de ruído ambiente. Contudo houve a substituição de um acelerómetro em cada *setup* para dar lugar à medição da força exercida pelo martelo de impulsos.

Na Figura 6.23 encontra-se um esquema ilustrativo dos pontos em que foram executados os impactos com o martelo de impulsos. As batidas com o martelo foram executadas em pontos em que a amplitude da vibração é composta pelos vários modos de vibração, para que, desta maneira, fossem excitados a maior parte dos modos de vibração em ambas as direções. A amplitude da força exercida foi moderada de modo a evitar a saturação dos acelerómetros e tentou-se manter a mesma intensidade nas batidas. Em cada posição foram executadas várias pancadas com um intervalo de tempo de maneira a dar tempo ao amortecimento da resposta da estrutura.

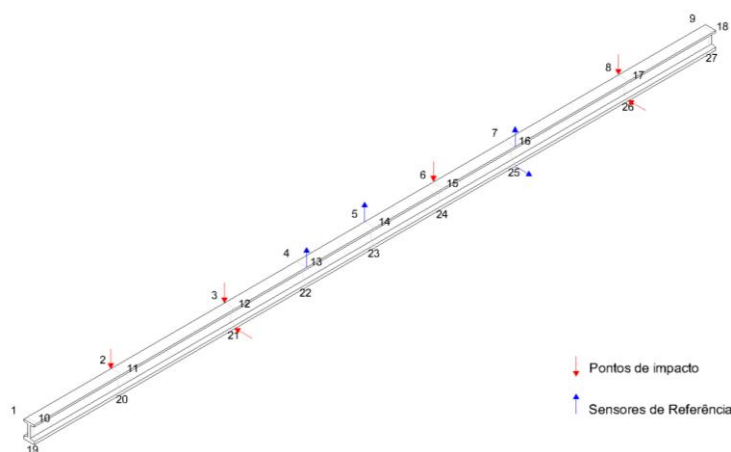
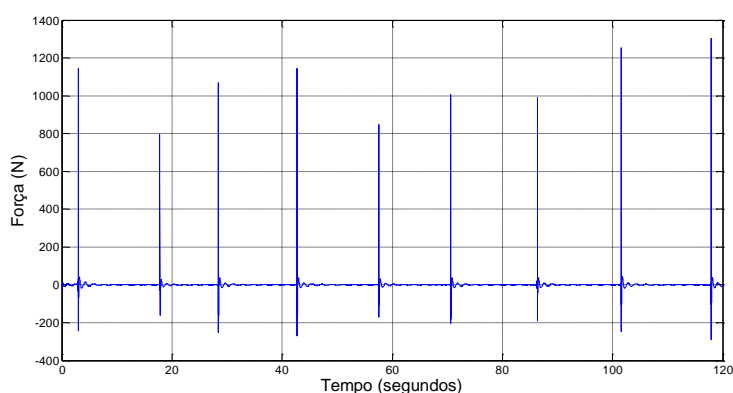


Fig. 6.23 – Esquema ilustrativos dos pontos onde foram feitos os impactos com o martelo de impulsos

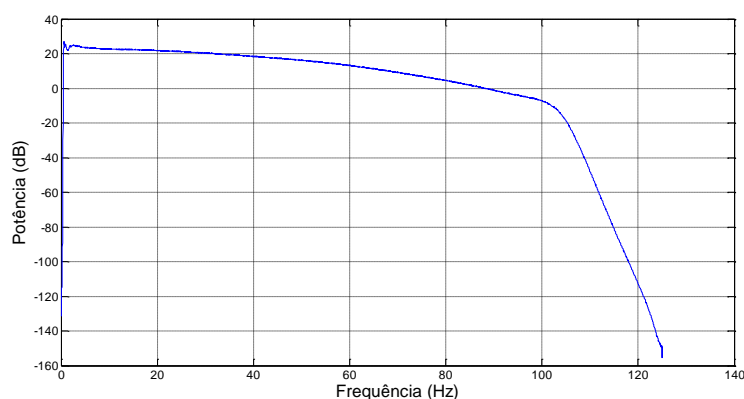
Na Figura 6.24a pode observar-se uma imagem ilustrativa da execução do ensaio de *input-output*. De salientar que as pancadas foram dadas o mais perpendicular possível à superfície da estrutura e de maneira a que a totalidade da superfície da ponta do martelo entrasse em contacto com a estrutura, para que o sensor de força captasse corretamente a força aplicada à estrutura. Por outro lado, na Figura 6.24b é visível um exemplo de sinal de *input* adquirido. Em cada *setup*, adquiriram-se dados durante cerca de 120 segundos, com uma frequência de amostragem de 1000 Hz. Na Figura 6.24c é possível visualizar o espectro de potência do *input* gerado pelo martelo de impulsos.



a)



b)



c)

Fig. 6.24 – Ensaio *input-output* na viga de betão armado pré-esforçado; a) fotografia ilustrativa do processo de execução do ensaio; b) Exemplo de uma medição da força aplicada ao longo do tempo; c) Espectro da excitação exercida pelo martelo instrumentado

Os sinais de resposta medidos no ensaio *input-output* para o caso do 1º *setup* podem ser observados na Figura 6.25.

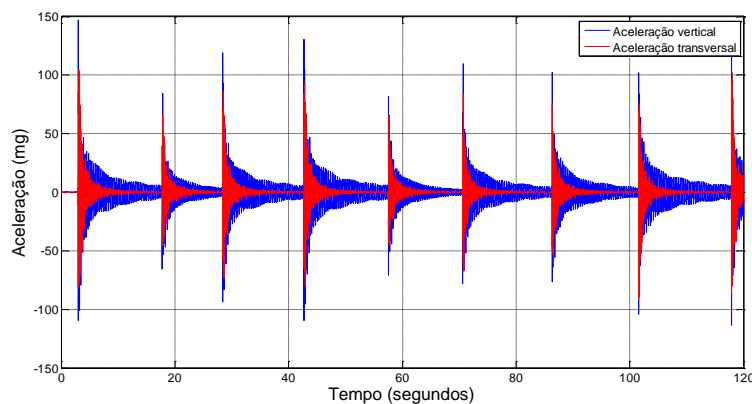


Fig. 6.25 – Séries temporais das respostas medidas no ensaio *input-output*

Através da divisão dos espectros das respostas pelos espectros da excitação é possível estimar as funções de resposta no domínio da frequência. A título de exemplo, é apresentado na Figura 6.26 a estimativa da função Inertância, resultante da divisão do espectro do sinal de resposta do grau de liberdade 16z pelo espectro do sinal de excitação dado no grau de liberdade 6z.

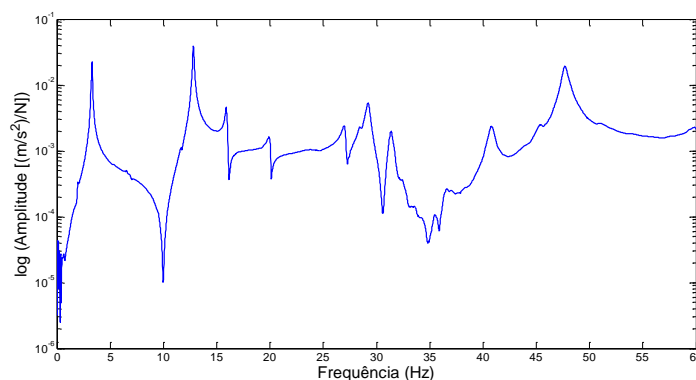


Fig. 6.26 – Estimativa da função de resposta em frequência (Inertância) para o grau de liberdade 16z a partir dos dados recolhidos no 1º *setup*, onde o *input* é feito no grau de liberdade 6z

Após o cálculo de todas as funções de resposta no domínio da frequência entre as várias combinações de *inputs* e *outputs*, a seleção dos picos foi realizada no gráfico da Figura 6.27 que apresenta a média normalizada dos vários espectros para os todos os *setups* envolvidos.



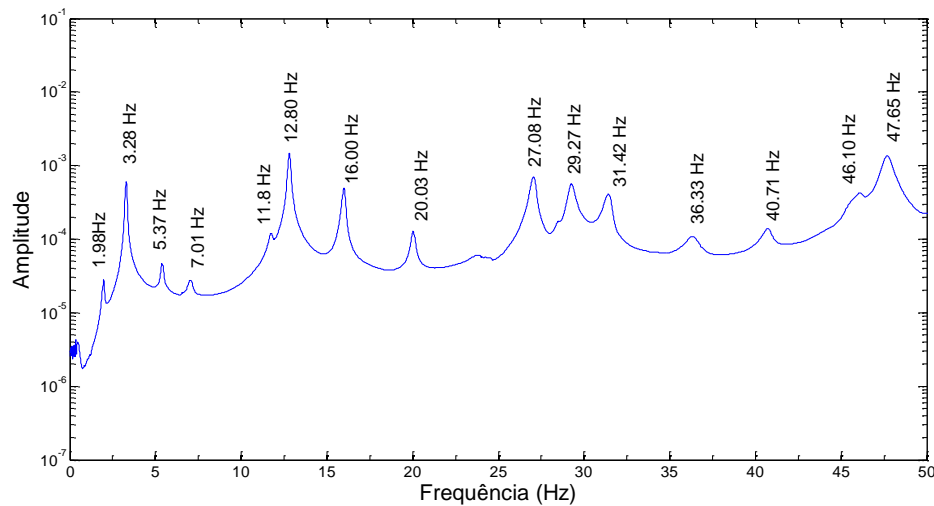


Fig. 6.27 – Média normalizada das funções de resposta no domínio da frequência

Após a seleção manual dos picos que se assemelham mais a modos estruturais da viga em análise, foi estimado o amortecimento através dos dois métodos disponíveis na *toolbox* UModal: o método da meia potência e o método de ajuste de círculo.

Na Tabela 6.7 apresentam-se os resultados obtidos através do método de amplitude de pico (*Peak Picking*).

Tabela 6.7 – Resultados da estimação das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método de amplitude de pico

Modo	Frequência [Hz]	Desvio Padrão da Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Desvio Padrão do Amortecimento [%]
PP 1	1,97	0,0450	2,88	1,0671
PP 2	3,27	0,0194	1,40	0,3294
PP 3	5,39	0,0440	2,45	3,1036
PP 4	12,81	0,0200	0,57	0,1160
PP 5	15,99	0,0411	0,57	0,0526
PP 6	20,06	0,0538	0,64	0,4922
PP 7	27,05	0,0521	0,56	0,0779
PP 8	29,25	0,0437	0,75	0,1233
PP 9	31,41	0,0517	1,01	1,6170
PP 10	36,35	0,0696	1,25	0,4111
PP 11	40,72	0,0597	0,79	0,0878
PP 12	47,65	0,0604	0,62	0,0690

O método *Circle Fit* já foi pormenorizadamente explicado no Capítulo 3, pelo que se apresenta apenas a aplicação prática na Figura 6.28. O utilizador define para cada pico selecionado um intervalo de frequências na vizinhança da ressonância. Através desses pontos o *software* faz o ajuste de um círculo aos dados. A frequência natural é obtida através do máximo da variação do ângulo ao centro. Tal como é visível na Figura 6.28a, a cinza encontram-se várias retas entre os pontos da FRF e o centro do círculo. À medida que o ângulo entre as várias retas aumenta, os pontos aproximam-se da ressonância (o ponto relativo à ressonância encontra-se a preto). A qualidade do ajuste do círculo depende do intervalo de frequências selecionadas, pelo ruído ou pela perturbação de modos muito próximos. Na Figura 6.28b apresentam-se os resultados das várias estimativas obtidas através da combinação dos pontos da vizinhança da ressonância. A estimativa é tanto melhor quanto mais horizontal for a superfície.

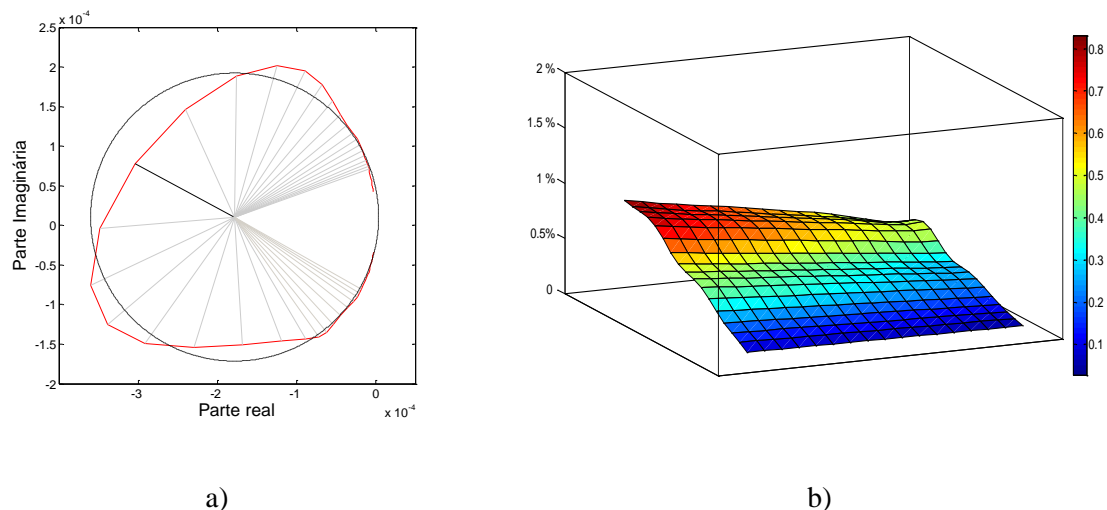


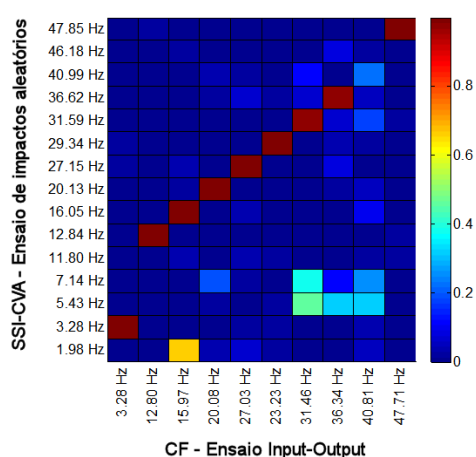
Fig. 6.28 – Exemplificação do processo de estimação de amortecimento pelo método *Circle Fit* para o 2º modo vertical ( $f=12,82\text{Hz}$ ) ; a) Ajuste do círculo à FRF; b) Representação tridimensional das estimativas obtidas para o amortecimento através das combinações de pontos da vizinhança da ressonância

Na Tabela 6.8 são apresentados os resultados obtidos através do método *Circle Fit* para o ensaio *input-output*.

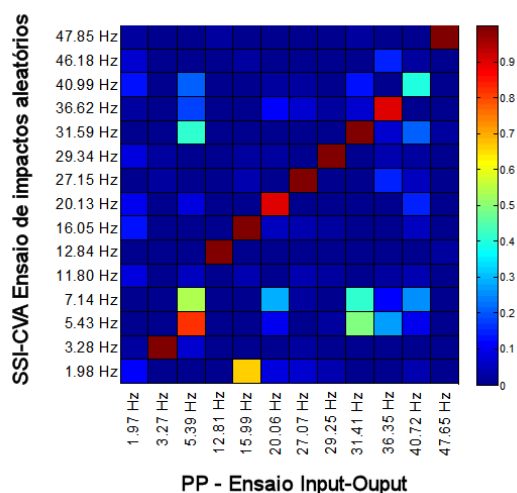
Tabela 6.8 – Resultados da estimação das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método *Circle Fit*

Modo	Frequência [Hz]	Desvio Padrão da Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Desvio Padrão do Amortecimento [%]
CF 1	3,2759	0,0197	1,23100	0,2983
CF 2	12,8021	0,0252	0,44521	0,0845
CF 3	15,9658	0,0509	0,51914	0,0783
CF 4	20,0806	0,0302	0,49485	0,0835
CF 5	27,0284	0,0442	0,53566	0,0463
CF 6	29,2280	0,0390	0,70221	0,0284
CF 7	31,4565	0,1054	0,64621	0,2131
CF 8	36,3400	0,1469	0,96616	0,2201
CF 9	40,8081	0,1258	0,82014	0,4241
CF 10	47,7061	0,0923	0,59634	0,0241

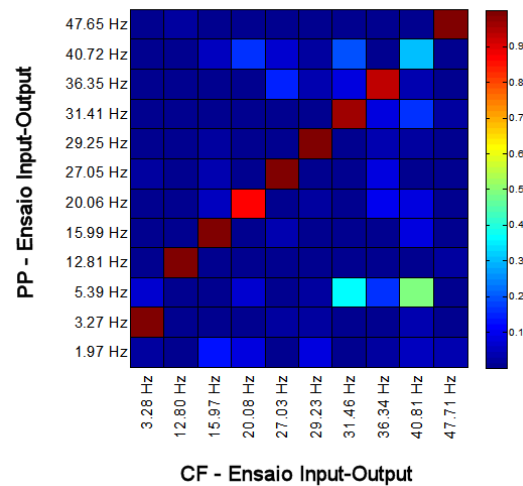
Na Figura 6.29 apresentam-se vários valores *MAC*. Nas duas primeiras imagens faz-se uma comparação entre os resultados obtidos pelo método *SSI-CVA* através dos dados recolhidos no ensaio de impactos aleatórios com os modos de vibração obtidos pelos métodos *circle fit* e *peak picking*, respetivamente, dos ensaios *input-output*. A última imagem da Figura 6.29 apresenta os valores de *MAC* entre os resultados dos métodos *input-output*.



a)



b)



c)

Fig. 6.29 - Representação gráfica dos valores *MAC*; a) método *Circle Fit* com o método *SSI-CVA* do ensaio de impactos aleatórios; b) método *Peak Picking* com o método *SSI-CVA* do ensaio de impactos aleatórios; c) método *Peak Picking* e *Circle Fit* através dos dados do ensaio input-output

Finalmente, na Tabela 6.9 e 6.10 são apresentados todos os resultados obtidos para a estimativa das frequências naturais e dos fatores de amortecimento.

Tabela 6.9 – Resumo dos resultados da estimação das frequências naturais da viga

Frequência [Hz]							
Modo	Ensaio Ruído ambiente		Ensaio de Impactos aleatórios		Ensaio Input-Output		Descrição
	EFDD	SSI-CVA	EFDD	SSI-CVA	PP	CF	
1	2,02	-	1,98	1,98	1,97	-	1º modo de flexão lateral
2	3,29	3,29	3,28	3,28	3,27	3,28	1º modo de flexão vertical
3	5,46	-	5,43	5,43	5,39	-	2º modo de flexão lateral
4	-	-	-	7,14	-	-	-
5	11,86	11,85	11,81	11,80	-	-	3º modo de flexão lateral
6	12,84	12,83	12,84	12,84	12,81	12,80	2º modo de flexão vertical
7	16,10	16,00	16,04	16,05	15,99	15,97	1º modo de torção
8	20,19	20,20	20,14	20,13	20,06	20,08	4º modo de flexão lateral
9	27,00	27,17	27,13	27,15	27,05	27,03	-
10	29,27	29,31	29,32	29,34	29,25	29,23	3º modo de flexão vertical
11	-	-	-	31,59	31,41	31,46	-
12	-	-	36,56	36,62	36,35	36,34	-
13	-	-	40,99	40,99	40,72	40,81	-
14	-	-	-	46,18	-	-	-
15	47,93	47,91	47,70	47,85	47,65	47,71	4º modo de flexão vertical

Tabela 6.10 – Resumos dos resultados da estimação do amortecimento da viga

Amortecimento [%]							
Ensaio Ruído ambiente			Ensaio de Impactos aleatórios		Ensaio Input-Output		
Modo	EFDD	SSI-CVA	EFDD	SSI-CVA	PP	CF	Descrição
1	3,01	-	1,69	0,87	2,88	-	1º modo de flexão lateral
2	1,70	0,73	0,88	0,34	1,40	1,23	1º modo de flexão vertical
3	1,20	-	0,92	0,80	2,45	-	2º modo de flexão lateral
4	0,61	-	-	0,86	-	-	-
5	-	0,30	0,50	0,43	-	-	3º modo de flexão lateral
6	0,64	0,44	0,28	0,28	0,57	0,45	2º modo de flexão vertical
7	0,47	0,47	0,41	0,34	0,57	0,52	1º modo de torção
8	0,47	0,27	0,49	0,36	0,64	0,49	4º modo de flexão lateral
9	0,66	0,34	0,38	0,42	0,56	0,54	-
10	0,72	0,93	0,53	0,50	0,75	0,70	3º modo de flexão vertical
11	-	-	-	0,51	1,01	0,65	-
12	-	-	0,62	0,93	1,25	0,97	-
13	-	-	0,64	0,61	0,79	0,82	-
14	-	-	-	0,74	-	-	-
15	0,52	0,64	0,43	0,59	0,62	0,60	4º modo de flexão vertical

Analisando os resultados obtidos conclui-se, que em termos de frequências, os métodos obtêm resultados muito semelhantes. Os modos transversais da viga foram mais difíceis de captar nos ensaios *input-output*, tal facto pode ser explicado dado que a maioria dos impactos ter sido exercida verticalmente na viga, excitando, desta forma, mais os modos verticais. Em relação aos resultados do amortecimento, verifica-se uma maior disparidade. Porém, é possível verificar um certo aumento do amortecimento no caso dos ensaios *input-output* em comparação com os dois restantes ensaios, o que pode evidenciar um amortecimento não-linear da viga em causa. Por esse facto, os dados de amortecimento não podem ser diretamente comparáveis entre os ensaios distintos, ainda assim, os valores de amortecimento rondam a mesma ordem de grandeza.

## 6.5 Ensaio de referência na ponte ferroviária de Paradela

A segunda estrutura ensaiada foi a ponte ferroviária de Paradela. Esta ponte ferroviária localiza-se a cerca de 11,4 km do início da linha do Tua. A linha ferroviária do Tua ligava a estação de Foz Tua até à estação de Bragança. Atualmente, grande parte do percurso ferroviário encontra-se desativado. Uma descrição mais pormenorizada do património ferroviário da linha do Tua é feita por Lopes (2011).

Na Figura 6.30 pode ver o aspeto geral da Ponte de Paradela, uma ponte constituída por uma treliça metálica com um vão de cerca de 26 m. Aparentemente a estrutura encontra-se bem conservada, de realçar, que esta ponte tem mais de 100 anos, e que foi recentemente alvo de uma reabilitação ligeira.

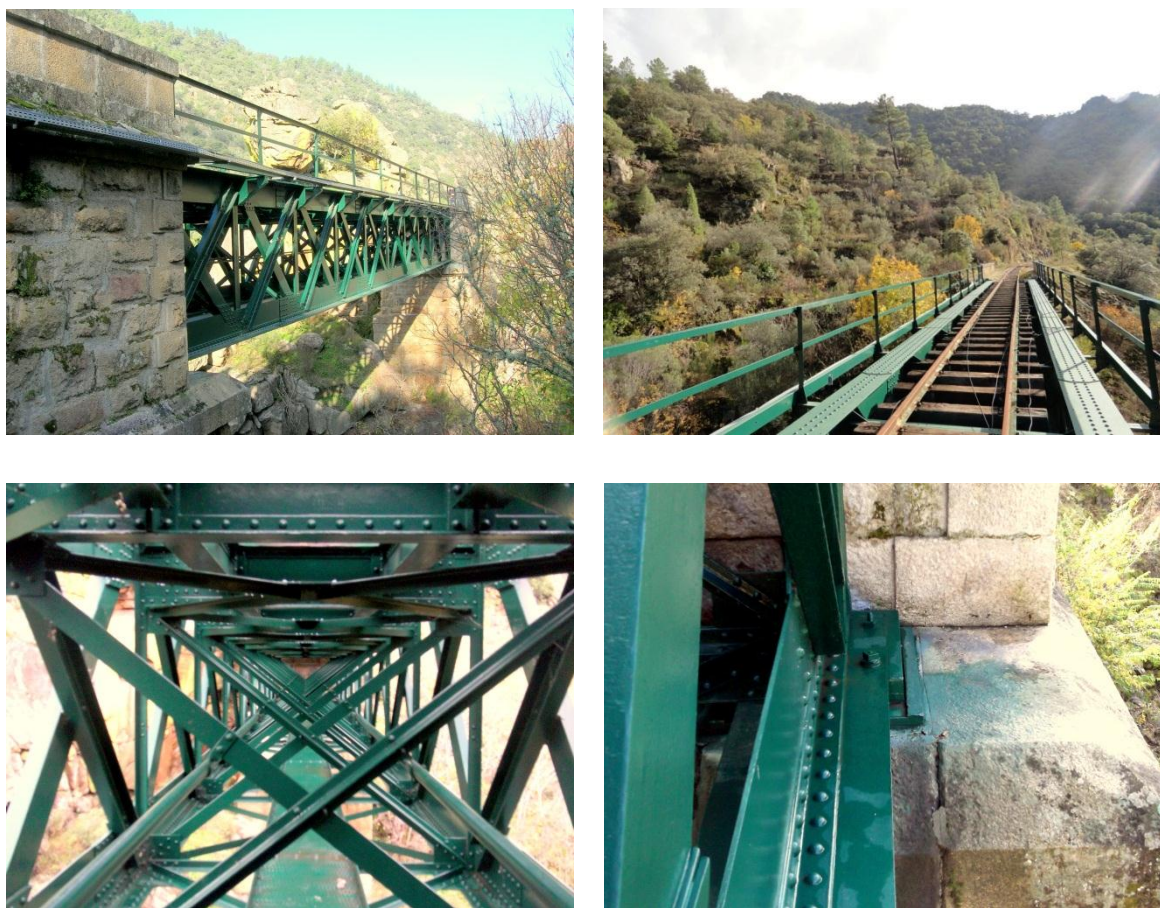


Fig. 6.30 – Algumas imagens da Ponte de Paradela; na parte superior encontram-se duas vistas gerais da ponte; na parte inferior esquerda é visível o interior da ponte e na parte inferior direita está um pormenor do apoio da estrutura

### 6.5.1 Configuração do ensaio

O planeamento do ensaio envolveu uma pré-análise da estrutura em causa, com estudos numéricos em modelos de elementos finitos, onde se constatou que as primeiras frequências naturais da estrutura ocorreriam entre os 4 e os 20 Hz.

Dado haver várias incertezas sobre as características dinâmicas da ponte optou-se por criar uma malha regular de pontos para serem medidos ao longo da estrutura. Para uma maior facilidade de colocação dos acelerómetros, fez-se coincidir a malha de pontos com os nós da treliça. Na Figura 6.31, encontra-se um esquema com a localização dos pontos medidos. A medição foi realizada na parte superior da ponte.

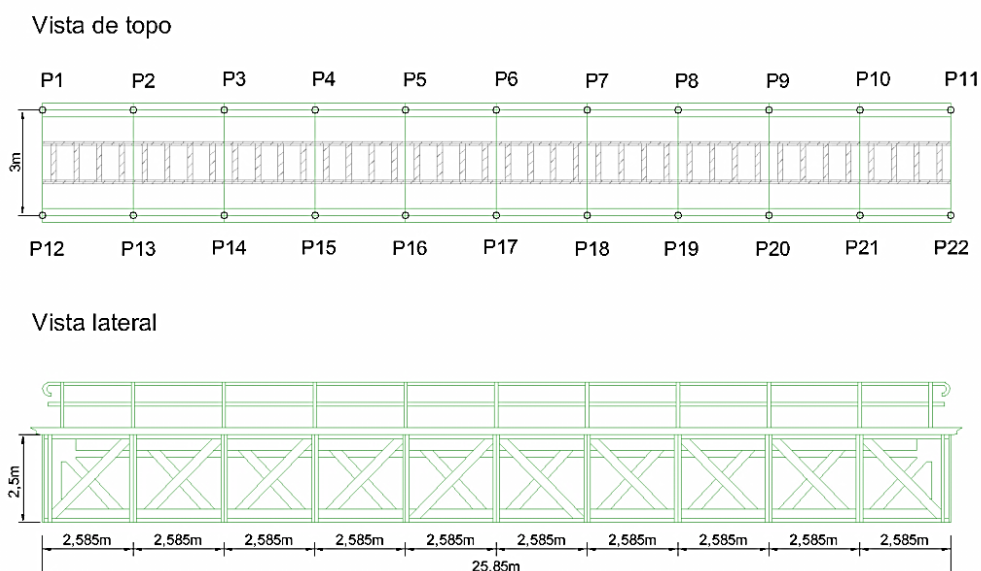
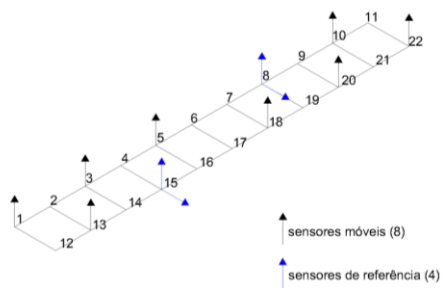


Fig. 6.31 – Esquematização da malha de pontos medidos

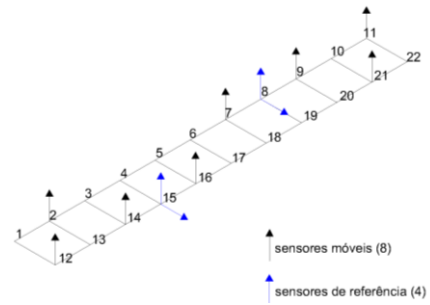
Dado que o sistema da aquisição apenas permitia a leitura de 12 canais em simultâneo, o processo de medição da ponte foi separado em 4 *setups*, em que se mantiveram 4 acelerómetros de referência nas mesmas posições, colocados no nó 8 e 15, tanto na direção vertical como na direção transversal (ver Figura 6.32).



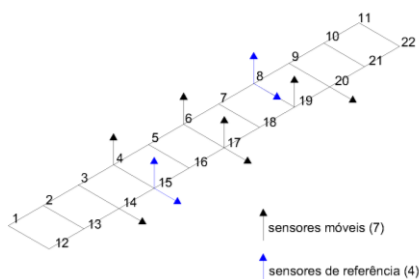
Setup 1



Setup 2



Setup 3



Setup 4

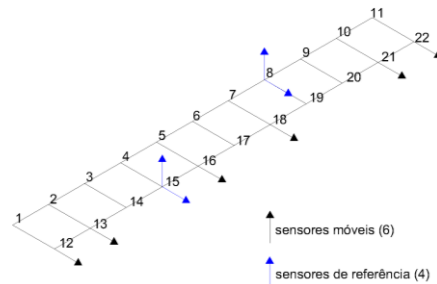


Fig. 6.32 – Esquematização do posicionamento dos sensores nos vários *setups*

O primeiro ensaio dinâmico realizado na Ponte de Paradela foi o ensaio de ruído ambiente, em que foram adquiridos sinais com uma duração de 10 minutos para cada *setup*, com uma frequência de amostragem de 200 Hz. Nas Figuras 6.33 e 6.34 apresentam-se algumas imagens do decorrer do ensaio de ruído ambiente. Os acelerómetros foram fixados à estrutura através de umas chapas metálicas que foram coladas a esta.



a)



b)

Fig. 6.33 – Ensaio de ruído ambiente; a) Sistema de aquisição de dados; b) exemplo de um acelerómetro fixo à estrutura





Fig. 6.34 – Vista geral da ponte com os equipamentos de medição fixos à estrutura

Na Figura 6.35 mostram-se os registos de aceleração transversal e vertical para o acelerómetro de referência no nó 8, durante o decorrer do ensaio de ruído ambiente. Comparando com as amplitudes em termos de aceleração do ensaio de ruído ambiente do primeiro caso de estudo, a viga de betão, verifica-se que os valores de aceleração medidos são muito inferiores (dez vezes menos). Durante o ensaio de ruído ambiente, a principal excitação da Ponte de Paradela foi a ação do vento.

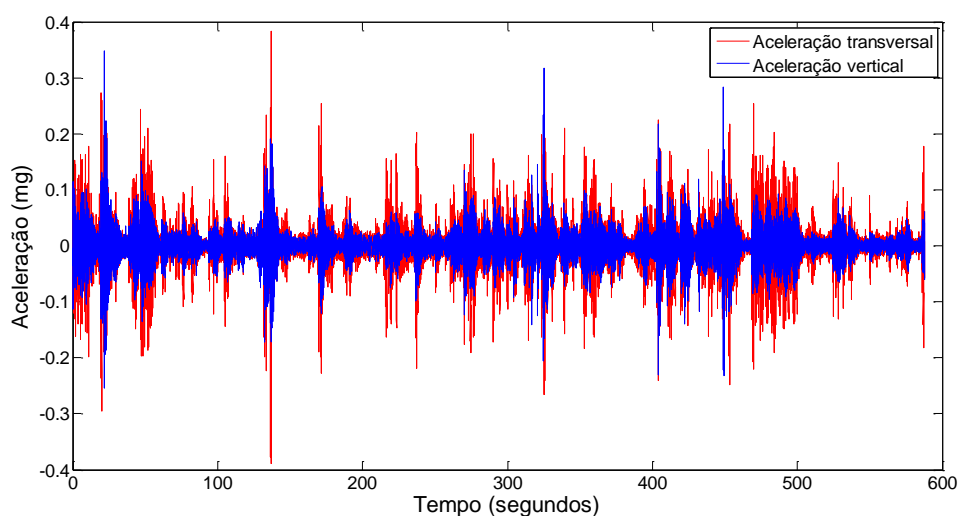


Fig. 6.35 – Séries temporais de acelerações adquiridas no ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela

Nas Figuras 6.36 e 6.37 apresentam-se os espectros médios normalizados obtidos através dos registos do ensaio de ruído ambiente dos acelerómetros colocados na direção vertical e transversal, respetivamente.

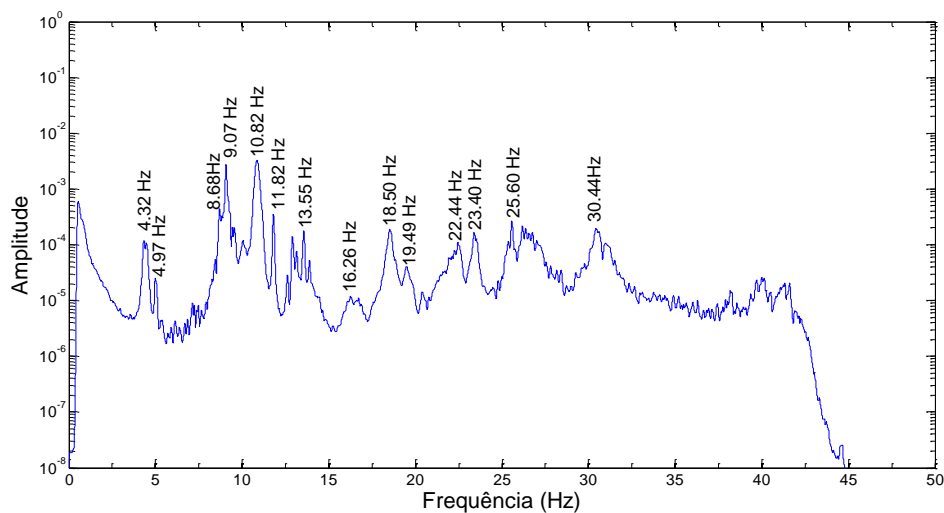


Fig. 6.36 – Espectro normalizado médio dos registos de acelerações verticais da viga do ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela

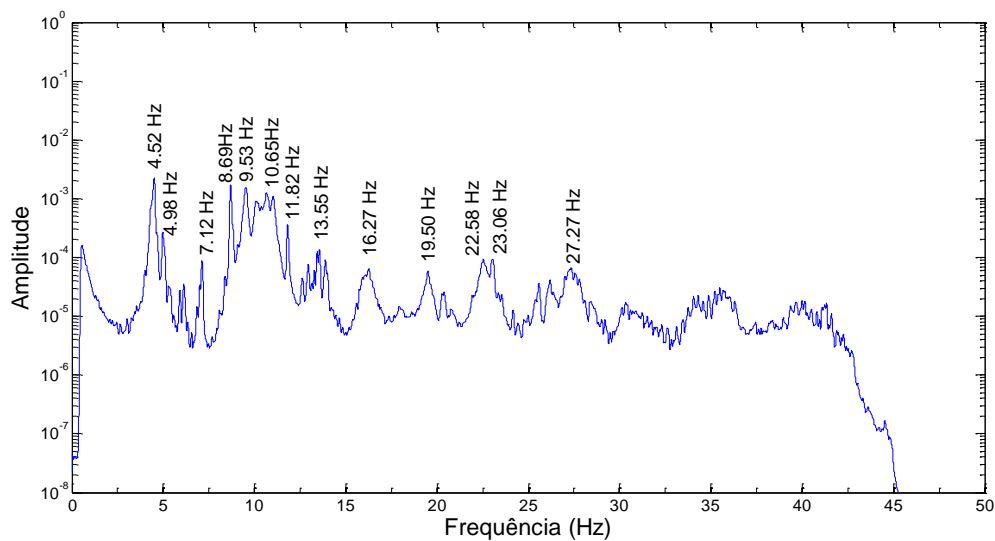


Fig. 6.37 – Espectro normalizado médio dos registos de transversais da viga do ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela

Das Figuras 6.36 e 6.37 podem-se já tirar algumas ilações das possíveis frequências naturais da Ponte de Paradela, através dos picos do gráfico, sendo alguns dos picos mais evidentes nos registos verticais e outros mais claros nos registos transversais, dado a direccionalidade de alguns dos modos de vibração.

### 6.5.2 Ensaio com ruído ambiente

Tal como no caso da viga de betão armado, no processo de extração das características dinâmicas foi utilizado o *software* comercial ARTeMIS, usando os métodos *EFDD* e *SSI*, e o UModal, com o método *EFDD*.

Na Figura 6.38, é apresentado o gráfico contendo a média normalizada dos valores singulares para os 4 *setups* do ensaio de ruído ambiente, onde, foram selecionados os picos. Numa primeira fase a seleção dos picos foi realizada de uma forma automática pelo programa. Contudo, depois de fazer uma análise dos vários valores singulares para cada *setup* individualmente foram selecionados as frequências dos modos de vibração mais prováveis. Seguidamente, na Tabela 6.11, são apresentados os resultados para o método e *software* em questão.

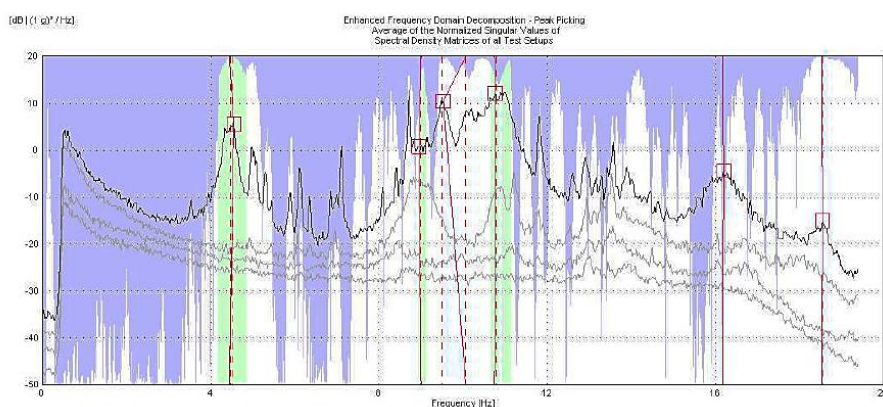


Fig. 6.38 – Média normalizada dos valores singulares para os 4 *setups* do ensaio de ruído ambiente na Ponte de Paradela estimado pelo ARTeMIS

Tabela 6.11 – Frequências e amortecimento estimados pelo método *EFDD* do programa ARTeMIS (2011) para o ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela

Modo	Frequência [Hz]	Desvio Padrão da Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Desvio Padrão do Amortecimento [%]
EFDD 1	4,44	0,08	1,09	0,29
EFDD 2	9,00	0,10	0,22	0,08
EFDD 2	10,06	0,61	0,58	0,50
EFDD 3	10,74	0,06	0,35	0,14
EFDD 4	16,17	0,09	1,33	0,53
EFDD 5	18,51	0,05	0,43	0,25

Por outro lado, para além do método *EFDD*, fez-se a análise, tal como no caso da viga testada anteriormente, através do método *SSI*. Porém, desta vez foram usadas duas variantes do método *SSI*: o *SSI-PC* (*Principal Component*), e o *SSI-CVA* (*Canonical Variate Analysis*).

Na Figura 6.39, apresenta-se o diagrama de estabilização do 4º *setup* para o método *SSI-PC* dado através do programa ARTeMIS e na Tabela 6.12 são apresentados os resultados deste mesmo método em termos de frequências e fatores de amortecimento.

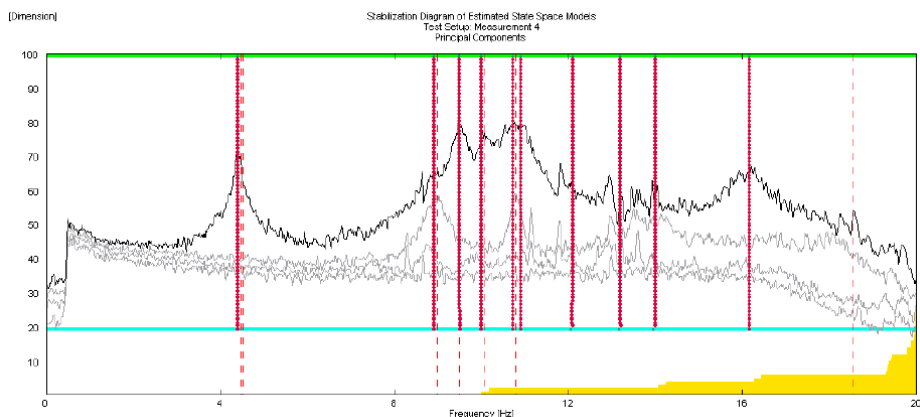


Fig. 6.39 - Diagrama de estabilização do método *SSI-PC* do programa ARTeMIS para o 4º *setup* do ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela

Tabela 6.12 – Frequências e amortecimento estimados pelo método *SSI-PC* do programa ARTeMIS (2011) para o ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela

Modo	Frequências (Hz)	Desvio Padrão (Hz)	Amortecimento (%)	Desvio Padrão (%)
SSI-PC 1	4,45	0,09	1,29	0,77
SSI-PC 2	9,00	0,13	0,81	0,17
SSI-PC 3	9,54	0,04	1,15	1,02
SSI-PC 4	10,76	0,07	1,12	0,13
SSI-PC 5	16,20	0,06	1,79	0,08

Por sua vez, na Figura 6.40 é apresentado o diagrama de estabilização do 4º *setup* para a variante *CVA* do método *SSI* do programa em uso.

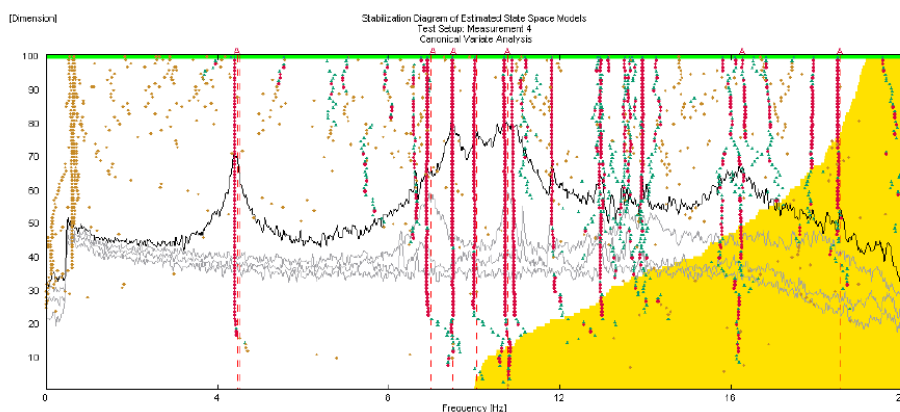


Fig. 6.40 - Diagrama de estabilização do método *SSI-CVA* do programa ARTeMIS para o ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela

Comparando os dois diagramas de estabilização que se mostram nas Figuras 6.39 e 6.40, verifica-se uma clara diferença: o método *SSI-PC* apresenta um diagrama mais claro do que o método *SSI-CVA*. Contudo este último consegue identificar uma maior quantidade de modos.

Os resultados para a variante CVA do método SSI podem ser analisados na Tabela 6.12, em termos de frequências e fatores de amortecimento para os modos de vibração mais bem estimados pelo método.

Tabela 6.12 – Frequências e amortecimento estimados pelo método *SSI-CVA* do programa ARTeMIS (2011) para o ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela

Modo	Frequências (Hz)	Desvio Padrão (Hz)	Amortecimento (%)	Desvio Padrão (%)
SSI-CVA 1	4,46	0,08	1,50	0,99
SSI-CVA 2	9,03	0,11	0,79	0,18
SSI-CVA 3	9,51	0,05	0,74	0,26
SSI-CVA 4	10,77	0,02	1,18	0,12
SSI-CVA 5	16,25	0,10	1,54	0,38
SSI-CVA 6	18,54	0,04	1,08	0,43

As formas dos modos de vibração podem ser observadas na Figura 6.41, obtidas para o método *SSI-CVA* do programa ARTeMIS, resultantes do processamento da informação recolhida no ensaio de ruído ambiente.

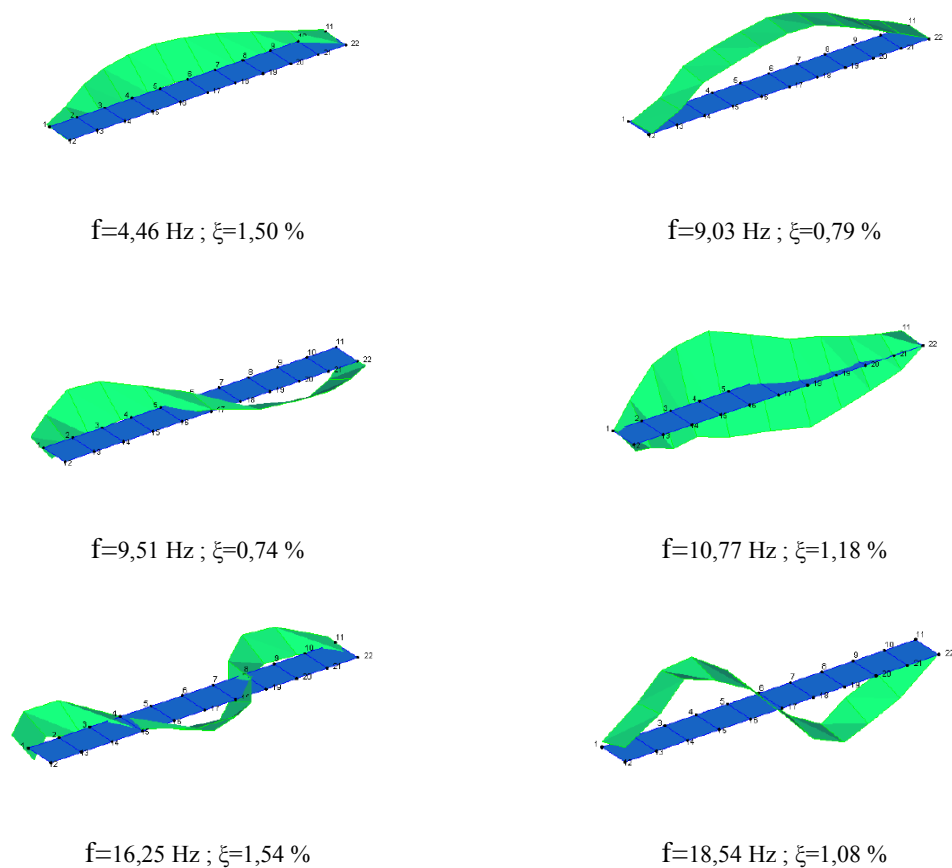


Fig. 6.41 – Formas dos modos de vibração obtidos pelo método SSI-CVA resultantes do ensaio de ruído ambiente na Ponte de Paradela

Na Figura 6.42a encontra-se os valores *auto-MAC* do método *SSI-CVA*, para fazer uma verificação da diferenciação dos modos obtidos, e tal como se pode verificar os valores *MAC* entre diferentes frequências são sempre muito perto do valor nulo. Na Figura 6.42b apresentam-se os valores *MAC* entre os modos obtidos pelas duas variantes do método SSI que foram usadas neste trabalho, onde se verifica que os modos são muito semelhantes.

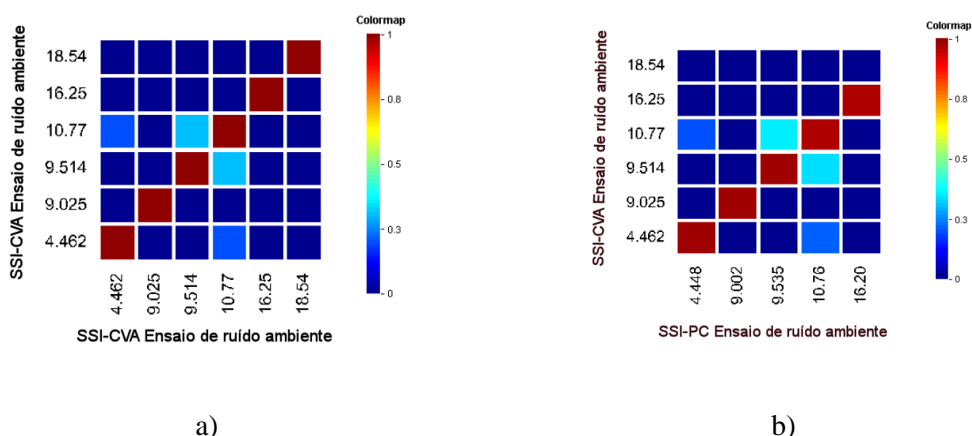


Fig. 6.42 – Representação gráfica dos valores *MAC*; a) *auto-MAC* do método *SSI-CVA*; b) *MAC* entre modos obtidos pelo método *SSI-CVA* e *SSI-PC*

Por outro lado, na Figura 6.43 pode ser vista a representação gráfica dos valores *MAC* entre os modos obtidos pelo método *SSI-CVA* e o método *EFDD* para o ensaio de ruído ambiente na Ponte de Paradela.

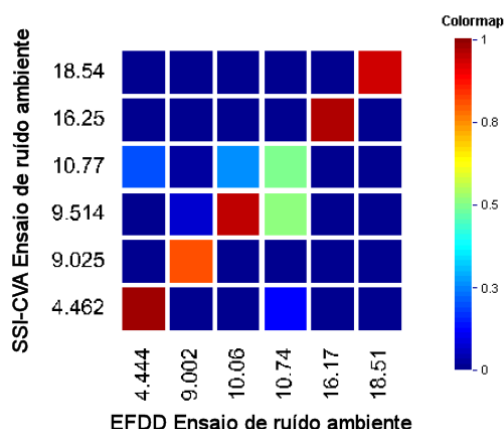


Fig. 6.43 – Representação gráfica dos valores *MAC* entre modos obtidos pelo método *SSI-CVA* e *EFDD* para o ensaio de ruído ambiente

Após a prospeção do gráfico apresentado na Figura 6.43, é evidente uma diferença entre os modos obtidos pelos dois métodos, principalmente no 2º e 4º modo, onde, os valores *MAC* que deveriam ser aproximadamente de 1 descem para valores menores até 0,5. Ainda assim, existe uma correspondência entre os modos obtidos pelos dois métodos. Esta diferença obtida resulta, fundamentalmente, da pouca clareza dos picos de ressonância do gráfico dos valores

singulares do método *EFDD*, dado que a estrutura apresentou níveis de vibração bastante baixo durante o ensaio de ruído ambiente.

## 6.6 Validação do UModal para a Ponte de Paradela

### 6.6.1 Ensaio com Ruído ambiente

Após analisar os resultados obtidos através do programa comercial ARTeMIS, segue-se o estudo do ensaio de ruído ambiente analisado através do programa UModal desenvolvido na Universidade do Minho e da sua *toolbox* contendo os métodos EFDD.

Na Figura 6.44 são apresentados os valores singulares obtidos através da decomposição de valores singulares dos sinais adquiridos no ensaio de ruído ambiente, incluído no algoritmo da *toolbox output-only* do UModal.

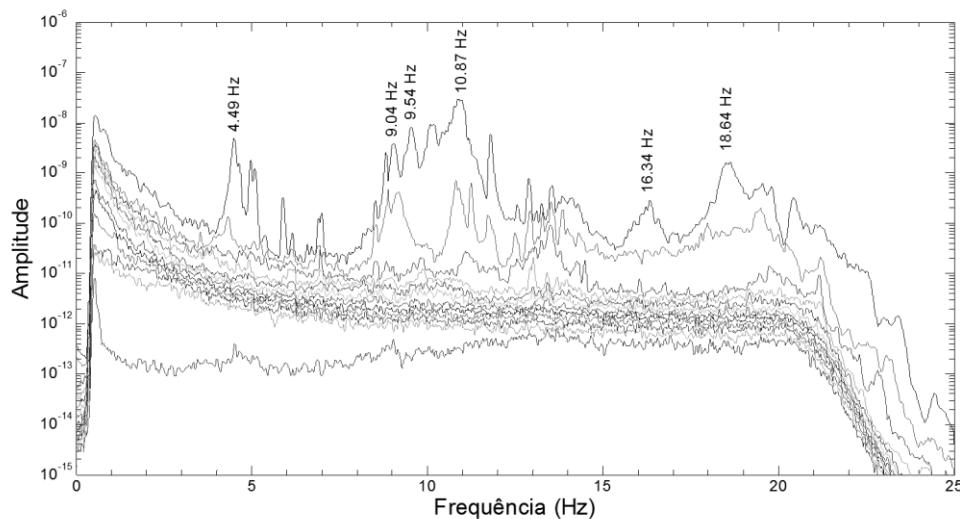


Fig. 6.44 – Valores singulares calculados através do *software* UModal para ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela

Por sua vez, na Tabela 6.13 são apresentados os valores obtidos através do método EFDD do *software* UModal.



Tabela 6.13 – Resultados da estimativa das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método *EFDD* do *software* UModal no ensaio de ruído ambiente da Ponte de Paradela

<b>Modo</b>	<b>Frequência [Hz]</b>	<b>Desvio Padrão da Frequência [Hz]</b>	<b>Amortecimento [%]</b>	<b>Desvio Padrão do Amortecimento [%]</b>
EFDD 1	4,44	0,08	1,43	0,47
EFDD 2	9,03	0,10	0,70	0,19
EFDD 3	9,50	0,05	0,43	0,14
EFDD 4	10,90	0,11	0,94	0,80
EFDD 5	16,22	0,13	2,05	0,26
EFDD 6	18,56	0,07	0,85	0,22

As formas dos modos de vibração obtidas através do método EFDD do UModal podem ser visualizadas na Figura 6.45. Pode-se reparar que as formas obtidas através do programa UModal são muito semelhantes às obtidas pelo programa comercial.

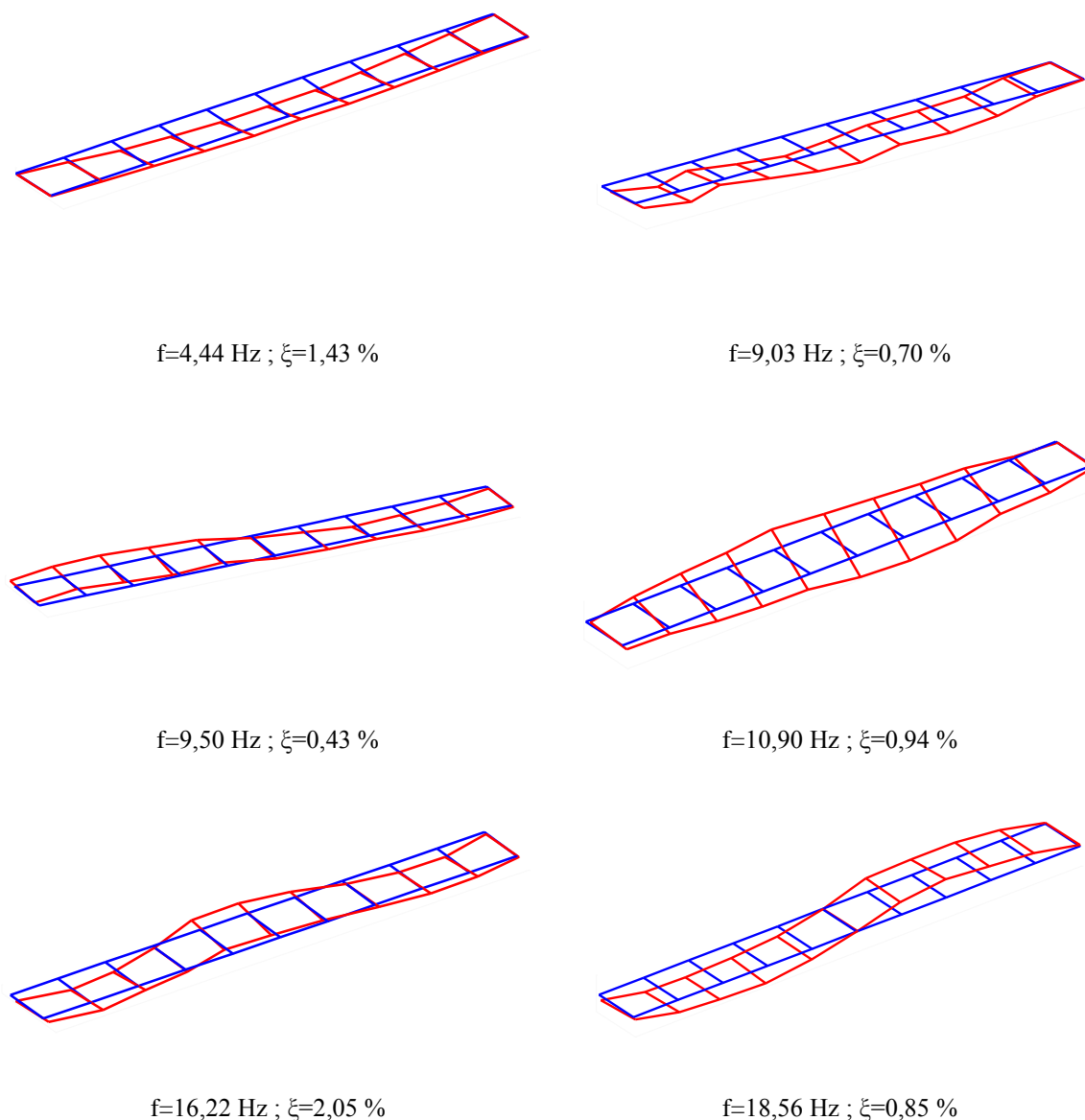


Fig. 6.45 – Representação gráfica dos modos de vibração obtidos através do programa UModal do método EFDD resultantes do ensaio de ruído ambiente na Ponte de Paradela

Para uma melhor comparação entre os modos de vibração entre os dois *softwares* calcularam-se os valores *MAC* (ver Figura 6.46).

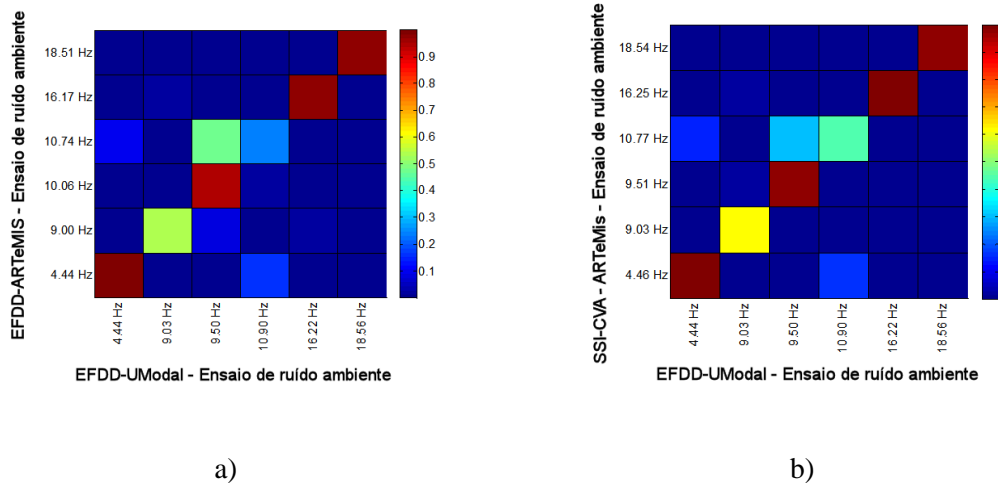


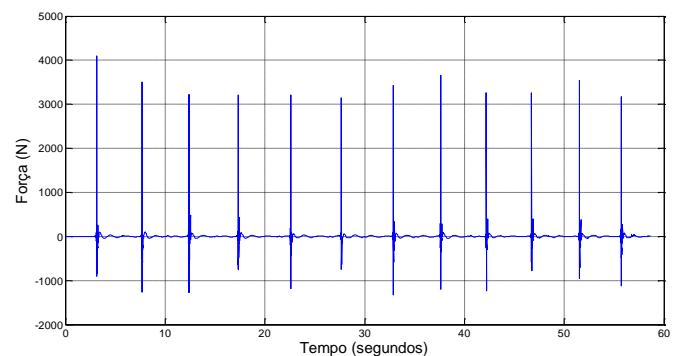
Fig. 6.45 - Representação gráfica dos valores *MAC*; a) entre os modos obtidos pelo método *EFDD* do *software* ARTEMIS e UModal para o ensaio de ruído ambiente; entre modos dados pelo método *EFDD* do *software* UModal e os modos de vibração extraídos pelo método *SSI-CVA* do ARTEMIS

### 6.6.2 Ensaio input-output

Além do ensaio de ruído ambiente, na Ponte de Paredela foi também efectuado um ensaio *input-output*. Para medir os *inputs* usou-se um martelo de instrumentado (modelo PCB-086D50), tal como pode ser observado na Figura 6.46a.



a)



b)

Fig. 6.46 – Ensaio com martelo de impulsos; a) fotografia ilustrativa da execução da pancada na estrutura; b) exemplo de gráfico força versus tempo de sinal captado pelo martelo de impulsos na Ponte de Paredela; c) espectro de potência do sinal de excitação mostrado na alínea anterior

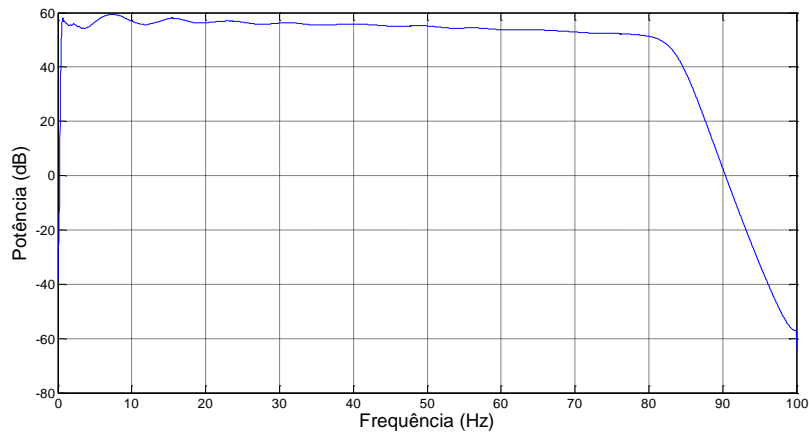


Fig. 6.47 - Espectro de potência do sinal de excitação

Depois de caracterizar a excitação, na Figura 6.48 é possível visualizar a correspondente resposta por parte da estrutura no nó 8.

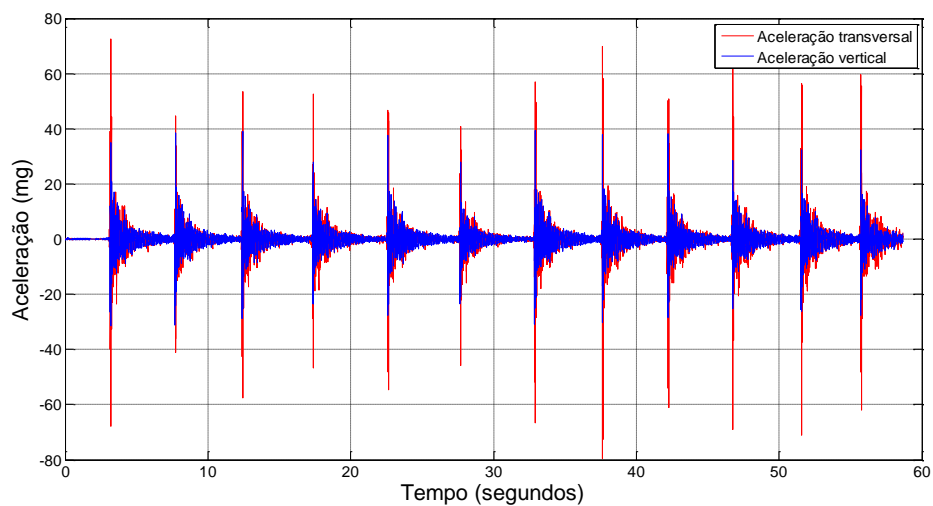


Fig. 6.48 – Exemplo da resposta da ponte no acelerômetro de referência do nó 8 à ação exercida pelo martelo de impulsos, em ambas as direções medidas

Os impactos foram executados em vários pontos, esquematizados na Figura 6.49. Os sinais foram adquiridos, neste ensaio, com uma frequência de amostragem de 1000Hz, os *setups* foram semelhantes ao do ensaio de ruído ambiente, onde se manteve sempre os mesmos acelerômetros de referência.

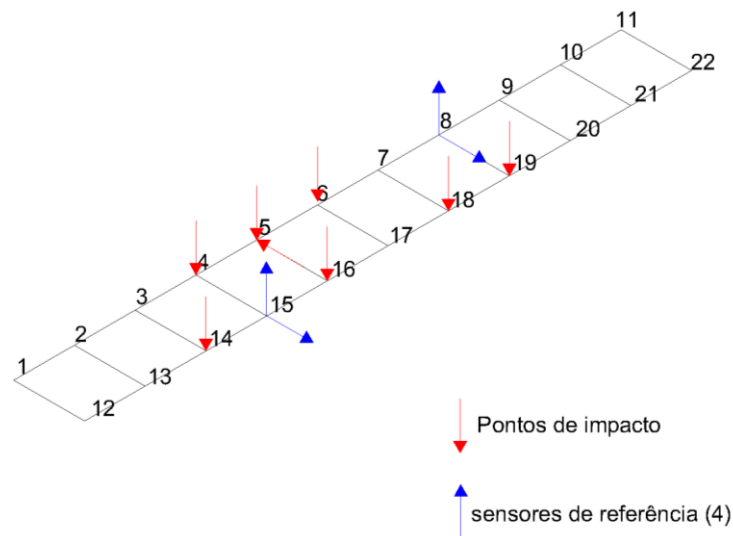


Fig. 6.49 – Esquema dos nós e da direção onde foram aplicados os impulsos dados pelo martelo

Os sinais foram decimados para uma frequência de amostragem de 200 Hz, seguindo-se a estimação das várias *FRFs* das combinações entre os *inputs* e *outputs* efetuados. Na Figura 6.50 é apresentado um gráfico da média normalizada de todas as funções de resposta em termos de frequência estimadas.

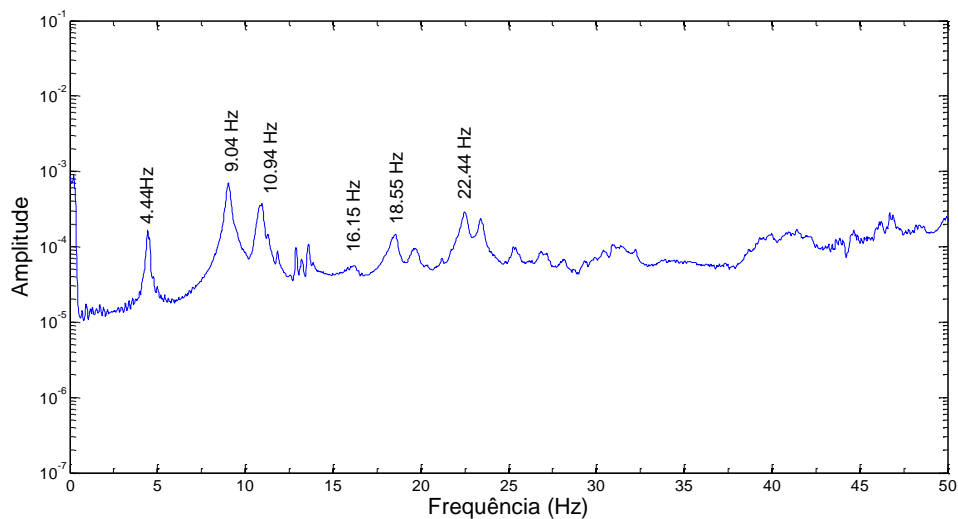


Fig. 6.50 - Média normalizada das funções de resposta no domínio da frequência

Finalmente, nas Tabelas 6.14 e 6.15 apresentam-se os resultados em termos de frequências naturais e fatores de amortecimento obtidos através do método *Peak Picking* e *Circle Fit*, respetivamente.

Tabela 6.14 – Resultados da estimação das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método de amplitude de pico (*Peak Picking*) para o caso do ensaio *input-output* da Ponte de Paradela

Modo	Frequência [Hz]	Desvio Padrão da Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Desvio Padrão do Amortecimento [%]
PP 1	4,44	0,05	1,33	0,59
PP 2	9,03	0,05	0,83	0,19
PP 3	10,94	0,03	1,39	0,36
PP 4	16,14	0,61	1,38	0,74
PP 5	18,53	0,02	1,06	0,36

Tabela 6.15 – Resultados da estimativa das frequências naturais e fator de amortecimento obtidas através do método *Circle Fit* para o caso do ensaio *input-output* da Ponte de Paradela

Modo	Frequência [Hz]	Desvio Padrão da Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Desvio Padrão do Amortecimento [%]
CF 1	4,46	0,10	1,57	1,12
CF 2	9,04	0,11	0,98	0,29
CF 3	10,89	0,09	1,38	0,40
CF 4	16,18	0,13	1,17	0,71
CF 5	18,51	0,09	1,01	0,32

Os resultados obtidos através dos dados recolhidos no ensaio *input-output* são idênticos aos resultados estimados através do ensaio de ruído ambiental. Contudo, os picos de ressonâncias são muito mais fáceis e bem definidos neste último ensaio, apesar dos modos laterais terem ficado ocultos, dado que a excitação foi na sua maior parte exercida na direção vertical.

Na Figura 6.51 mostram-se os resultados para os cálculos dos valores *MAC* entre os modos de vibração obtidos pelo ensaio *input-output* dados pelos dois métodos inseridos no *software* desenvolvido e os modos de vibração obtidos pelo método *SSI-CVA* dos dados de ruído ambiente alcançados pelo ARTeMIS.

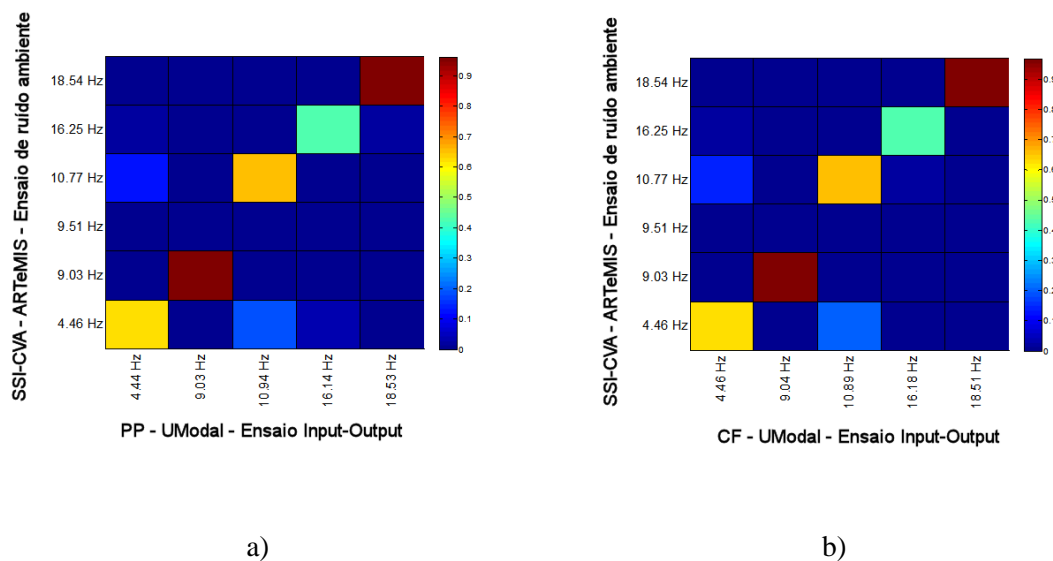


Fig. 6.50 – Valores *MAC*; a) entre os modos estimados pelo método *Peak Picking* do software UModal resultantes do ensaio *input-output*, e os modos obtidos através do método SSI-CVA do ensaio de ruído ambiente dados pelo ARTeMIS; b) entre os modos estimados pelo método *Circle Fit* do software UModal resultantes do ensaio *input-output*, e os modos obtidos através do método SSI-CVA do ensaio de ruído ambiente dados pelo ARTeMIS

Por fim, apresentam-se nas Tabelas 6.16 e 6.17 um resumo dos resultados obtidos, por um lado os resultados do ensaio de ruído ambiente, e aqui são apenas apresentados os resultados obtidos pelo programa ARTeMIS e do outro lado os resultados do ensaio *input-output* obtidos pelo UModal.

Tabela 6.16 – Resumo dos resultados obtidos para as frequências naturais da Ponte de Paradelá

Frequência [Hz]						
Modo	Ensaio Ruído ambiente			Ensaio Input-Output		Descrição
	EFDD	SSI-PC	SSI-CVA	PP	CF	
1	4,44	4,45	4,46	4,44	4,44	1º modo de flexão lateral
2	9,00	9,00	9,03	9,03	9,03	1º modo de flexão vertical
3	10,06	9,54	9,51	9,50	-	2º modo de flexão lateral
4	10,74	10,76	10,77	10,90	10,94	1º modo de torção
5	16,17	16,20	16,25	16,22	16,14	3º modo de flexão lateral
6	18,51	-	18,54	18,56	18,53	2º modo de flexão vertical

Tabela 6.17 – Resumo dos resultados obtidos para os fatores de amortecimento da Ponte de Paradela

Amortecimento [%]						
Modo	Ensaio Ruído ambiente			Ensaio Input-Output		Descrição
	EFDD	SSI-PC	SSI-CVA	PP	CF	
1	1,09	1,29	1,50	1,43	1,33	1º modo de flexão lateral
2	0,22	0,81	0,79	0,70	0,83	1º modo de flexão vertical
3	0,58	1,15	0,74	0,43	-	2º modo de flexão lateral
4	0,35	1,12	1,18	0,94	1,39	1º modo de torção
5	1,33	1,79	1,54	2,05	1,38	3º modo de flexão lateral
6	0,43	-	1,08	0,85	1,06	2º modo de flexão vertical

Neste caso, os resultados obtidos entre os vários métodos são bastante coerentes, verifica-se apenas uma maior diferença nos modos laterais da estrutura, pois mais uma vez a excitação exercida pelo martelo de impulsos ter sido aplicada maioritariamente e na direção vertical. Ao contrário do caso da viga, em que os valores para amortecimento aumentaram no ensaio *input-output*, em comparação com o ensaio de ruído ambiente, no caso da Ponte de Paradela, o comportamento não-linear não é visível, pelo menos para o aumento da força exercida pelo martelo em comparação com a excitação ambiental da ponte.

## 6.7 Conclusão

Após a análise dos resultados obtidos por diferentes métodos e ferramentas de identificação, conclui-se que a *toolbox* UModal, desenvolvida na Universidade do Minho para os ensaios dinâmicos *input-output* e *output-only*, apresenta resultados muito próximos de outros *softwares*, validando, assim, a sua utilização para ensaios de identificação modal. A principal desvantagem do programa desenvolvido é a falta de automatização na identificação dos modos de vibração.



## Capítulo 7

### CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

#### 7.1 Conclusões

Esta dissertação tinha como objetivo geral estudar a resposta dinâmica de estruturas sujeitas a excitações forçadas, através do desenvolvimento de uma plataforma de ensaios dinâmicos facilmente transportável, englobando equipamento de excitação e um *software* de apoio para análise dos dados recolhidos experimentalmente.

Da análise dos resultados obtidos permitiu-se chegar à conclusão que os objetivos pretendidos para esta dissertação foram alcançados, uma vez que se conseguiu desenvolver um *software* de análise dos dados recolhidos experimentalmente e que quando comparado com um software comercial de referência obteve resultados semelhantes para os mesmos casos de estudo.

Por outro lado, conseguiu-se fazer um dimensionamento das características do equipamento de excitação, ficando a sua conceção e viabilidade dependente do desenvolvimento do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho.

Em termos de objetivos mais específicos, podemos dividir as conclusões em dois grupos. O primeiro relativo ao desenvolvimento de equipamento de excitação e um segundo grupo vocacionado para a ferramenta informática desenvolvida.

Assim e para o equipamento de excitação, chegou-se à conclusão do seguinte:

- Existem vários equipamentos de excitação concebida para diferentes tipos de estruturas. Contudo, o equipamento projetado foi desenvolvido mais especificamente para edifícios de alvenaria;

- O equipamento foi dimensionado segundo uma metodologia que não foi amplamente desenvolvida nos outros equipamentos existentes, permitindo uma maior otimização nas suas dimensões, considerando, sempre, que um dos seus objetivos era ser um equipamento facilmente transportável;
- Para pequenas e médias estruturas conclui-se que para um excitador de massas excêntricas seria ideal o uso de duas diferentes combinações. Para frequências baixas até cerca de 10Hz, massas excêntricas de 4kg com excentricidade até 250 mm, e para frequências altas a partir de 10Hz, existir uma redução para 4 kg de massa em cada excêntrico a 125 mm de excentricidade ou 2kg e 250 mm de excentricidade.

Relativamente ao *software* desenvolvido foram obtidas as seguintes conclusões:

- Através da simulação de um ensaio dinâmico input-output, conclui-se que o *software* consegue extrair os parâmetros modais, mesmo em situações de bastante contaminação dos sinais;
- O programa desenvolvido UModal, para os ensaios dinâmicos, aproxima-se dos valores obtidos por outro *software* de referência.
- O programa é de livre utilização e permite a futuros utilizadores usufruir sem ter nenhuma limitação dos métodos implementados.

## 7.2 Trabalhos futuros

Em termos gerais, propõem-se como trabalho futuro a finalização da conceção do equipamento de excitação, aplicando-o em casos práticos de forma a integrar o software desenvolvido.

Outra proposta de desenvolvimento futuro será a implementação de métodos de identificação mais complexos, tais como o método SSI (*Stochastic Subspace Identification*) no caso *output-only*, e o método *Polyreference least-squares complex frequency-domain* para a *toolbox* de apoio aos ensaios *input-output*.

Propõem-se ainda a utilização da metodologia usada no dimensionamento do excitador para outro tipo de estruturas de engenharia e comparar os parâmetros, estudando outras tipologias de excitadores.

Explorar as técnicas que combinam a componente determinística e estocástica da excitação, como o caso das técnicas OMAX, comparar os resultados com as técnicas *output-only* e o método de mudança de massa para a normalização dos modos de vibração.



## Bibliografia

---

- Aenlle, M., Brincker, R. & Canteli, A., 2005. Some methods to determine scaled mode shapes in natural input modal analysis. *Proceedings of the 23rd International Modal Analysis Conference (IMAC), Orlando, Florida.*
- Alaboz, M., 2009. *Dynamic Identification and Modal Updating of S. Torcato Church.* s.l.:Universidade do Minho.
- Avitabile, P., 1999. Modal Space - In our own little world. *SEM - Experimental Techniques.*
- Brincker, R. & Andersen, P., 2006. Understanding Stochastic Subspace Identification. *Proceedings of the 24th International Modal Analysis Conference (IMAC), St. Louis, Missouri.*
- Brincker, R., Andersen, P. & Jacobsen, N.-J., 2007. Automated Frequency Domain Decomposition. *Proceedings of The 25th International Modal Analysis Conference (IMAC), Orlando, Florida.*
- Brincker, R., Rodrigues, J. & Andersen, P., 2004. Scaling the mode shapes of a building model by mass changes. *Proceedings of the 22nd International Modal Analysis Conference (IMAC), Detroit, Michigan.*
- Brincker, R., Zhang, L. & Andersen, P., 2001. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart materials and structures*, pp. 273-281.
- Caetano, E. d. S., 1992. *Identificação Experimental de Parâmetros Dinâmicos em Sistemas Estruturais*, Porto: FEUP.
- Cantieni, R., Wiberg, U. & Deger, Y., 1998. Modal investigation of a dam. *Proceedings of the 16th International Modal Analysis Conference IMAC*, Volume 2, pp. 1151-1157.
- Chopra, A. k., 1995. *Dynamics of Structures : theory and applications to earthquake engineering.* 1º ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

- Cunha, A. & Caetano, E., 2006. Experimental modal analysis of civil engineering structures. *Sound and Vibration*, Issue 6, pp. 12-20.
- Cunha, Á., Caetano, E., Brincker, R. & Andersen, P., 2004. Identification from the Natural Response of the Vasco Da Gama Bridge. *Proceedings of the 22nd International Modal Analysis Conference (IMAC)*.
- De Silva, C. W., 1999. *Vibration : Fundamentals and Practice*. s.l.:CRS Press.
- Ewins, D. J., 2000. *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. 2º ed. London: Research Studies Press LTD..
- Felber, A. J., 1993. *Development of a Hybrid Bridge Evaluation System*. Vancouver: University of British Columbia.
- Fernandes, P. A. L., 2005. *Vigas de Grande Vão Prefabricadas em Betão de Alta Resistência Pré-Esforçado*. s.l.:Universidade de Coimbra.
- He, J. & Fu, Z.-F., 2001. *Modal Analysis*. 1º ed. Oxford: Butterworth-Heinemann.
- Ibrahim, S. R. & Mikulcik, E. C., 1976. The Experimental Determination of Vibration Parameters from Time Responses. *Shock and Vibration Bulletin*, Volume V, pp. 187-196.
- Ibsen, L. B. & Liigaard, M., 2006. *Experimental modal analysis*, Aalborg, Denmark: Aalborg University.
- Júlio, E. N. B. S., Rebelo, C. A. d. S. & Dias-da-Costa, D. A. S. G., 2008. Structural assessment of the tower of the University of Coimbra by modal identification. *Engineering Structures*, pp. 3468-3477.
- Lopes, L. A. V., 2011. *Pontes e linha do Tua: História, construção e valorização*. s.l.:Universidade do Minho.
- Lourenço, P. J. B. B., 1996. *Computational strategies for masonry structures*. The Netherlands: Delft University of Technology.

- Magalhaes, F., Caetano, E. & Cunha, A., 2008. Operational modal analysis and finite element model correlation of the Braga Stadium suspended roof. *Engineering Structures*, 30(6), pp. 1688-1698.
- Magalhães, F. & Cunha, Á., 2011. Explaining operational modal analysis with data from an arch bridge. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(5), pp. 1431-1450.
- McConnell, K. G., 1995. *Vibration Testing: Theory and Practice*. New York: John Wiley & Sons, Inc..
- Noro, S., Franchetti, P. & Modena, C., 2007. Dynamic identification of a R.C. bridge in NE Italy. *International Conference of Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures*, pp. 433-440.
- Overschee, P. V. & Moor, B. D., 1996. *Subspace Identification for Linear Systems : Theory, Implementation, Applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Parloo, E. et al., 2005. Sensitivity-based operational mode shape normalisation: Application to a bridge. *Mechanical systems and signal processing*, 19(1), pp. 43-55.
- Peeters, B. et al., 2004. Automotive and aerospace applications of the PolyMAX modal parameter estimation method. *Proceedings of the 22nd International Modal Analysis Conference (IMAC)*.
- Peeters, B., Maeck, J. & Roeck, G. D., 2000. Excitation sources and dynamic system identification in civil engineering. *Proceedings of European COST F3 Conference on System Identification and Structural Health Monitoring*, pp. 341-350.
- Ramos, J. L. d. S., 2007. *Identificação de Dano em Estruturas de Alvenaria Baseada na Medição de Vibrações*. s.l.:Universidade do Minho.
- Richardson, M. & Formenti, D., 1982. Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials. *Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference*, pp. 1-15.
- Richardson, M. & Formenti, D., 1985. Global Curve Fitting of Frequency Response Measurements using. *Proceedings of the 3rd International Modal Analysis Conference*, pp. 390-397.

- Rodrigues, J., 2004. *Identificação Modal Estocástica - Métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil*. Porto: FEUP.
- Rodrigues, J., Brincker, R. & Andersen, P., 2004. Improvement of Frequency Domain Output-Only Modal Identification. *Proceedings of IMAC-22: A Conference on Structural Dynamics*, pp. 92-100.
- Wald, D. J., Quitoriano, V., Heaton, T. H. & Kanamori, H., 1999. Relationships between peak ground acceleration, peak ground velocity, and Modified Mercalli Intensity in California. *Earthquake spectra*, 15(3), pp. 557-564.
- Yu, E., Skolnik, D., Whang, D. H. & Wallace, J. W., 2008. Forced Vibration Testing of a Four-Story Reinforced Concrete Building Utilizing the nees @UCLA Mobile Field Laboratory. *Earthquake Spectra*, Volume 24, pp. 969-995.
- Zhang, L., 2004. An overview of major developments and issues in modal identification. *Proceedings of the 22nd International Modal Analysis Conference (IMAC)*.
- Zhang, L., Wang, T. & Tamura, Y., 2005. A Frequency–Spatial Domain Decomposition (FSDD) Technique for Operational Modal Analysis. *Proceedings of the 23rd International Modal Analysis Conference (IMAC), Orlando, Florida*.
- ZWOLSKI, J., RAWA, P., SKOCZYNSKI, W. & SZYMKOWSKI, J., 2007. Inertial exciter as a tool for dynamic assessment. *International Conference "Sustainable Bridges – Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives", Wrocław, Poland*.



## **Anexos A**

---

Anexos relativos ao Capítulo 5, onde se integra o manual de utilizador da ferramenta informática desenvolvida no âmbito da presente dissertação.

## **Manual de utilização do programa UModal v1.0**

## **Introdução**

A ferramenta informática UModal foi desenvolvida no âmbito dos ensaios dinâmicos de estruturas. A ferramenta foi programada em ambiente Matlab (Mathworks, 2010) versão R2010a e contempla um interface gráfico.

## **Estruturação do programa**

O programa está dividido em vários ficheiros com a extensão “.m”, que corresponde a funções do Matlab e ficheiros com a extensão “.fig”, que dão suporte ao interface gráfico.

## **Inicialização do programa UModal**

1. Para correr a *toolbox* é necessário ter instalado no computador o *software* Matlab, com uma versão R2010a ou superior.
2. O segundo passo é abrir o Matlab e definir como pasta corrente, a localização onde se encontram os ficheiros correspondentes à *toolbox* UModal.
3. Invocar a *toolbox* UModal na linha de comandos do Matlab, escrevendo:

UModal\_EMA\_GUI\_main()

Após ter efetuado os passos para inicialização do UModal, aparece no ecrã o interface principal do *software* (ver Fig.1).

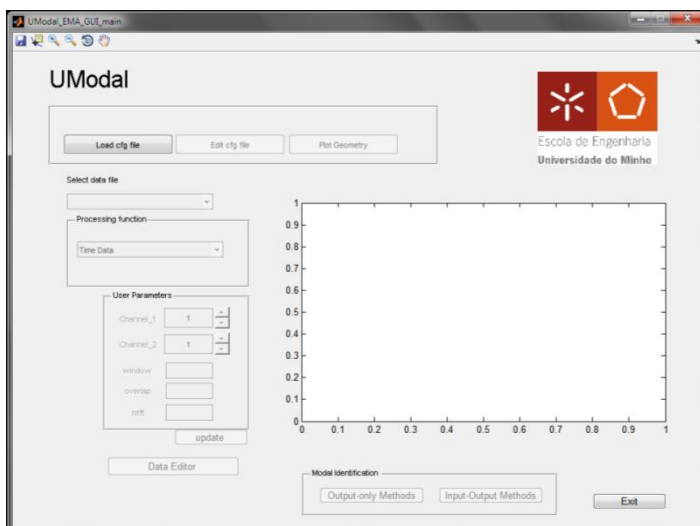


Fig. 1 – Interface principal do software UModal

Quando a *toolbox* UModal é iniciada existe apenas uma opção ativa, que corresponde à leitura do ficheiro de configuração. Antes de entrar em detalhe acerca das funcionalidades do programa é necessário que o utilizador conheça a estrutura do ficheiro de configuração e do formato dos ficheiros de dados.

### Ficheiro de configuração

O ficheiro de configuração é um ficheiro de texto que deve contemplar a informação do ensaio dinâmico:

- Coordenadas dos nós que definem a geometria da estrutura
- Linhas entre nós para facilitar a visualização dos resultados
- Frequência de amostragem dos sinais
- Constituição dos vários *setups* realizados no decorrer de o ensaio dinâmico
- Nome dos ficheiros de dados contendo os sinais do ensaio dinâmico
- Equações

A leitura do ficheiro de configuração por parte do programa UModal é feita de uma forma formatada, por isso, o preenchimento do ficheiro de configuração tem de seguir uma formatação restrita para não haver erros de leitura do ficheiro.

De seguida, mostra-se, através de um exemplo, como se deve preencher o ficheiro de configuração do programa UModal.

### Definição da geometria

Na Figura 2 mostra-se o preenchimento do ficheiro de configuração, mais concretamente, da parte relativa à definição da geometria.

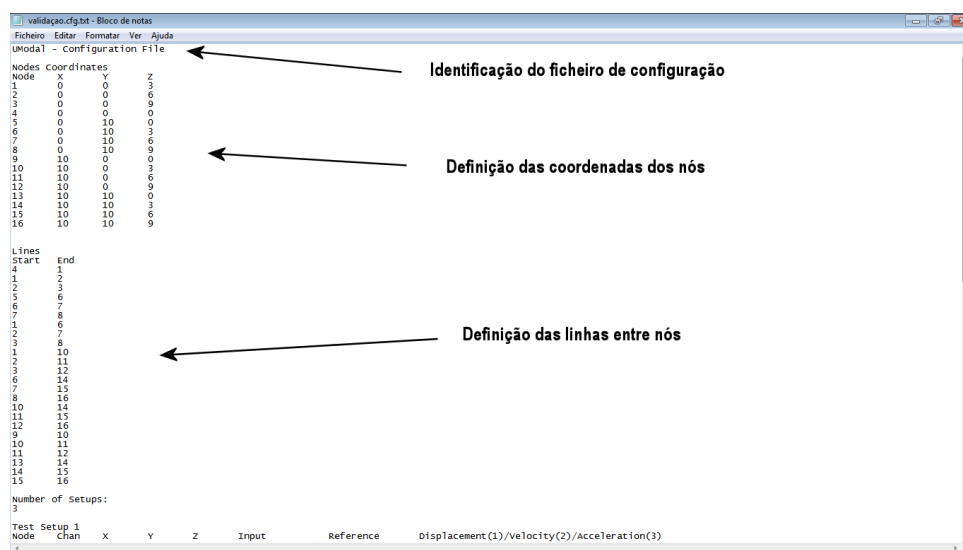


Fig. 2 – Definição do Ficheiro de configuração do UModal através de um exemplo- parte 1

Cada nó é identificado por um número, convém manter uma ordem crescente, e pelas respectivas coordenadas ou projeções nos eixos  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Tal como se vê na Figura 2, cada nó ocupa uma linha do ficheiro de texto.

As linhas, que constituem a geometria, são definidas identificando o número do nó onde a linha começa e o nó onde a linha acaba.

Na Figura 3 é possível visualizar a continuação do ficheiro de configuração exemplo. Nesta parte, começa-se por definir o número de *setups* usados no ensaio dinâmico, sendo que cada um corresponde a um ficheiro de dados diferente.

No exemplo usado, foram definidos 3 *setups*, e para cada um destes existe um bloco com a sua informação. Relativamente a cada *setup* definem-se os graus de liberdade medidos e o respetivo canal que ocupa no ficheiro de dados correspondente. Os graus de liberdade correspondem ao conjunto do nó, da direção e do sentido da medição.

Por outro lado, a direção é descrita através das projeções no eixo  $x$ ,  $y$ ,  $z$  de um vetor unitário. Ainda neste bloco, para cada canal, atribui-se uma variável binária para distinguir um *input* de um *output*, sendo o valor zero correspondente a um *output* e o valor unitário a um *input*. Outra variável binária é usada para identificar o sensor de referência (valor 1) dos demais (valor 0).

Por fim neste bloco é definido se a informação contida num dado canal corresponde a deslocamento, velocidade ou aceleração, atribuindo o valor 1, 2 ou 3, respetivamente.

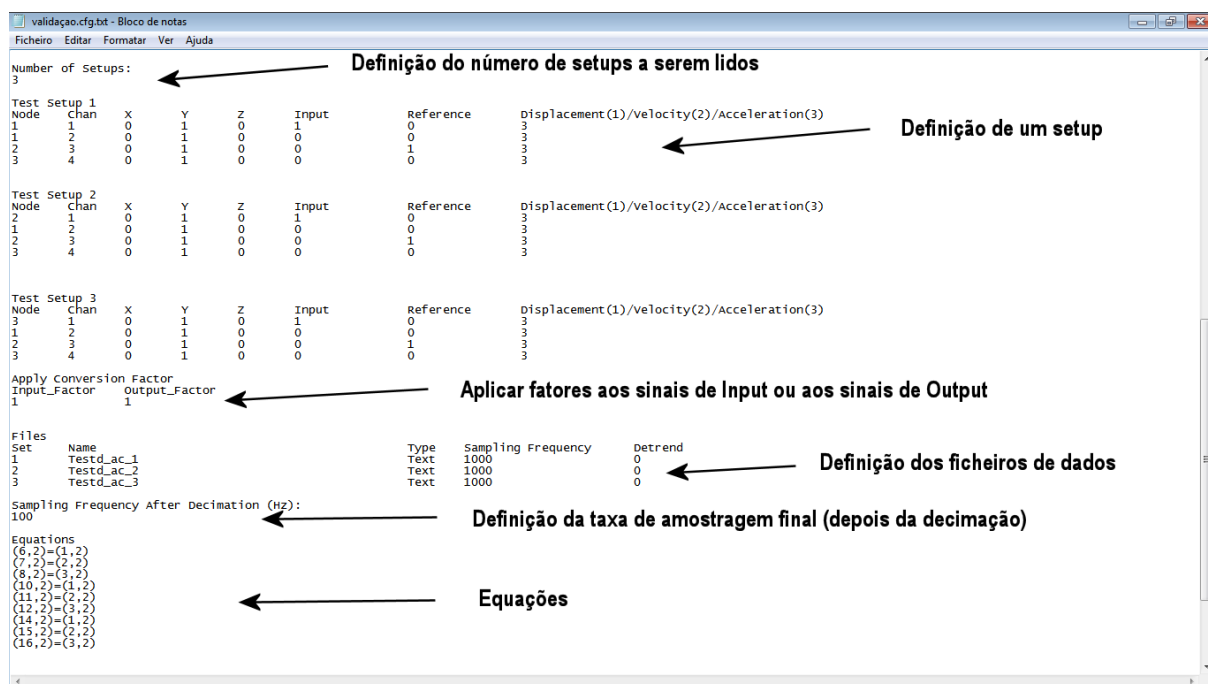


Fig. 3 – Definição do Ficheiro de configuração do UModal através de um exemplo- parte 2

A seguir à definição de cada *setup* do ensaio dinâmico, pode aplicar-se um fator de conversão a todos os sinais definidos como *input* ou *output*.

No bloco “Files”, definem-se os nomes dos ficheiros de dados, associados a cada *setup* definido anteriormente. Nesta versão do programa os ficheiros de dados devem ser ficheiros de texto no formato *ascii* com o separador decimal ponto, cada canal deve estar no formato de coluna, separado por tabulações. Define-se, também, a frequência de amostragem original de aquisição de cada sinal, e se utilizador pretende usar a funcionalidade de *detrend* dos sinais (por defeito usa-se o valor zero).

A seguir, define-se a frequência de amostragem final após a decimação dos sinais.

Por fim, o programa UModal permite estabelecer equações entre graus de liberdade, nesta versão, apenas é possível estabelecer uma igualdade para complementar a informação de nós que não foram medidos. As equações devem seguir a seguinte formatação:

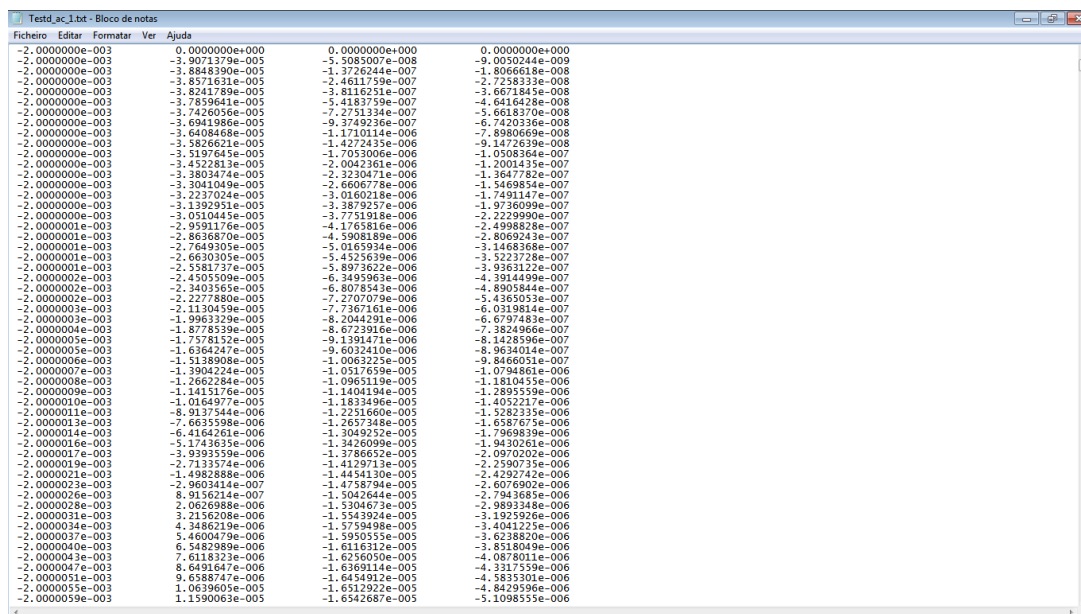
$$(\text{número do nó 1, direção 1}) = (\text{número do nó 2, direção 2})$$

, sendo o primeiro o grau de liberdade medido e o segundo o grau de liberdade que se pretende igualar.

### Ficheiro de dados

Na Figura 4 apresenta-se um exemplo de um ficheiro típico de dados recolhidos através dos sensores num ensaio dinâmico. Este ficheiro de dados apresenta 4 canais, e tal como se pode ver na figura estes são dispostos em colunas e cada coluna é separa por tabulações da outra.

É importante que os ficheiros de dados estejam situados na mesma pasta do ficheiro de configuração.



Ficheiro	Editar	Formatar	Ver	Ajuda
-2.0000000e-003	0.0000000e+000	0.0000000e+000	0.0000000e+000	
-2.0000000e-003	-3.9071379e-005	-3.3085007e-008	-9.0050244e-009	
-2.0000000e-003	-3.8845390e-005	-1.3726244e-007	-1.8066618e-008	
-2.0000000e-003	-3.8571631e-005	-2.4611759e-007	-2.7258333e-008	
-2.0000000e-003	-3.8241789e-005	-3.8116251e-007	-3.6671845e-008	
-2.0000000e-003	-3.7896411e-005	-5.4183759e-007	-4.6416419e-008	
-2.0000000e-003	-3.7426056e-005	-7.2751334e-007	-5.6618370e-008	
-2.0000000e-003	-3.6941986e-005	-9.3749236e-007	-6.7420336e-008	
-2.0000000e-003	-3.6408468e-005	-1.1710114e-006	-7.8980669e-008	
-2.0000000e-003	-3.5826621e-005	-1.4272435e-006	-9.1472639e-008	
-2.0000000e-003	-3.5197645e-005	-1.7053006e-006	-1.0508364e-007	
-2.0000000e-003	-3.4522813e-005	-2.0042361e-006	-1.2001435e-007	
-2.0000000e-003	-3.3803474e-005	-2.3230471e-006	-1.3647782e-007	
-2.0000000e-003	-3.3041049e-005	-2.6606778e-006	-1.5469854e-007	
-2.0000000e-003	-3.2237024e-005	-3.0160218e-006	-1.7491147e-007	
-2.0000000e-003	-3.1392951e-005	-3.3879257e-006	-1.9736099e-007	
-2.0000000e-003	-3.0510443e-005	-3.7751918e-006	-2.2229890e-007	
-2.0000001e-003	-2.9591176e-005	-4.1765816e-006	-2.4998828e-007	
-2.0000001e-003	-2.8636870e-005	-4.5908189e-006	-2.8069243e-007	
-2.0000001e-003	-2.7649305e-005	-5.0165934e-006	-3.1468368e-007	
-2.0000001e-003	-2.6630305e-005	-5.4525639e-006	-3.5223728e-007	
-2.0000001e-003	-2.5581737e-005	-5.8973622e-006	-3.9363122e-007	
-2.0000002e-003	-2.4505509e-005	-6.3495963e-006	-4.3914459e-007	
-2.0000002e-003	-2.3403565e-005	-6.8078543e-006	-4.8905844e-007	
-2.0000002e-003	-2.2277880e-005	-7.2707079e-006	-5.4365053e-007	
-2.0000003e-003	-2.1130459e-005	-7.7367161e-006	-6.0319814e-007	
-2.0000003e-003	-1.9963239e-005	-8.2044291e-006	-6.6797483e-007	
-2.0000004e-003	-1.8778539e-005	-8.6723916e-006	-7.3824966e-007	
-2.0000005e-003	-1.7578152e-005	-9.1391471e-006	-8.1428596e-007	
-2.0000005e-003	-1.6364247e-005	-9.6032410e-006	-8.9634014e-007	
-2.0000006e-003	-1.5138908e-005	-1.0063275e-005	-9.8466051e-007	
-2.0000007e-003	-1.3904224e-005	-1.0517659e-005	-1.0794861e-006	
-2.0000008e-003	-1.2662284e-005	-1.0965119e-005	-1.1810455e-006	
-2.0000009e-003	-1.1415176e-005	-1.1404194e-005	-1.2895539e-006	
-2.0000010e-003	-1.0164977e-005	-1.1833496e-005	-1.4052217e-006	
-2.0000011e-003	-8.9137544e-006	-1.2251606e-005	-1.5282335e-006	
-2.0000013e-003	-7.6635598e-006	-1.2657348e-005	-1.6587679e-006	
-2.0000014e-003	-6.4164261e-006	-1.3049252e-005	-1.7969839e-006	
-2.0000016e-003	-5.1743635e-006	-1.3426099e-005	-1.9430261e-006	
-2.0000017e-003	-3.9393559e-006	-1.3786652e-005	-2.0970202e-006	
-2.0000019e-003	-2.7133574e-006	-1.4129713e-005	-2.2590735e-006	
-2.0000021e-003	-1.4982888e-006	-1.4454130e-005	-2.4292742e-006	
-2.0000023e-003	-2.9603414e-007	-1.4758794e-005	-2.6076902e-006	
-2.0000026e-003	8.9156214e-007	-1.5042644e-005	-2.7943685e-006	
-2.0000028e-003	2.0626988e-006	-1.5304673e-005	-2.9893348e-006	
-2.0000031e-003	3.2156208e-006	-1.5543924e-005	-3.1925926e-006	
-2.0000034e-003	4.3486219e-006	-1.5759498e-005	-3.4041225e-006	
-2.0000037e-003	5.4600479e-006	-1.5950553e-005	-3.6238870e-006	
-2.0000040e-003	6.5482989e-006	-1.6116312e-005	-3.8518049e-006	
-2.0000043e-003	7.6118323e-006	-1.6256050e-005	-4.0878011e-006	
-2.0000047e-003	8.6491647e-006	-1.6369114e-005	-4.3317559e-006	
-2.0000051e-003	9.6588747e-006	-1.6454912e-005	-4.5835301e-006	
-2.0000055e-003	1.0639603e-005	-1.6512922e-005	-4.8429596e-006	
-2.0000059e-003	1.1590638e-005	-1.6542687e-005	-5.1098555e-006	

Fig. 4 – Exemplo de um ficheiro de dados com extensão “.txt” que pode ser lido pelo programa UModal

Após a definição do ficheiro de configuração, o utilizador está pronto a utilizar as funcionalidades do programa UModal.

## Descrição das funcionalidades do programa UModal

O programa UModal divide-se em 4 principais componentes:

- Interface gráfico principal (UModal\_EMA\_GUI\_Main)
- Interface gráfico de edição de ficheiros de dados (UModal\_EMA\_GUI\_edit)
- Toolbox dos Métodos de Identificação dos ensaios de Análise Modal Operacional (UModal\_EMA\_GUI\_outputonly\_toolbox)
- Toolbox dos Métodos de Identificação Input-Output (UModal\_EMA\_inputoutput\_toolbox)

### Interface gráfico principal

Na Figura 5 está ilustrado o interface gráfico principal do programa UModal, apresentando-se as suas principais características.

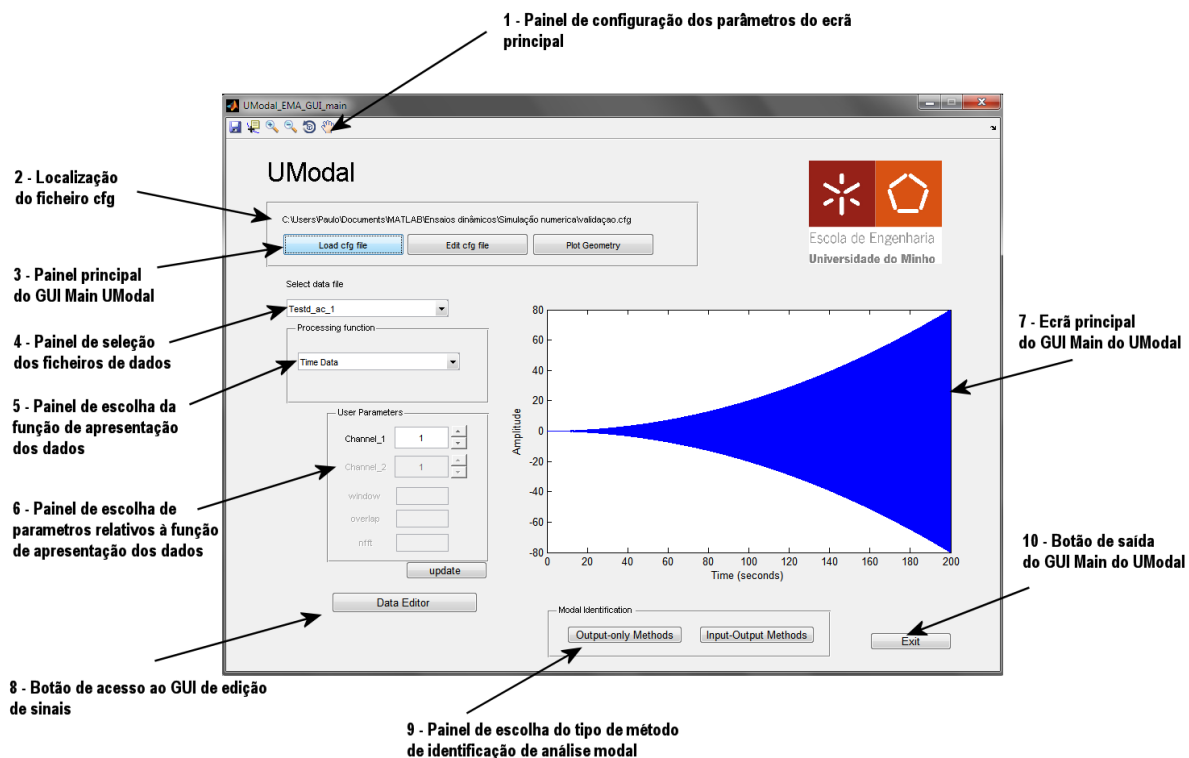


Fig. 5 – Interface gráfico principal do programa UModal

Este interface gráfico constitui a principal interação entre o utilizador e programa, contendo a seleção da localização do ficheiro de configuração, permite uma primeira visualização dos



ficheiros de dados, algumas funções de pré-processamento da informação, e invocação das outras interfaces gráficas do programa.

Na Figura 5 é possível visualizar as principais componentes inseridas no interface principal do programa UModal. De seguida vão ser explicadas resumidamente algumas das suas funcionalidades e descrever-se como o utilizador deve proceder.

Ao clicar no botão “Load cfg file” é apresentado ao utilizador uma janela para a seleção do ficheiro de configuração (apesar de ser um ficheiro de texto convencional, é necessário que tenha a extensão “.cfg”)

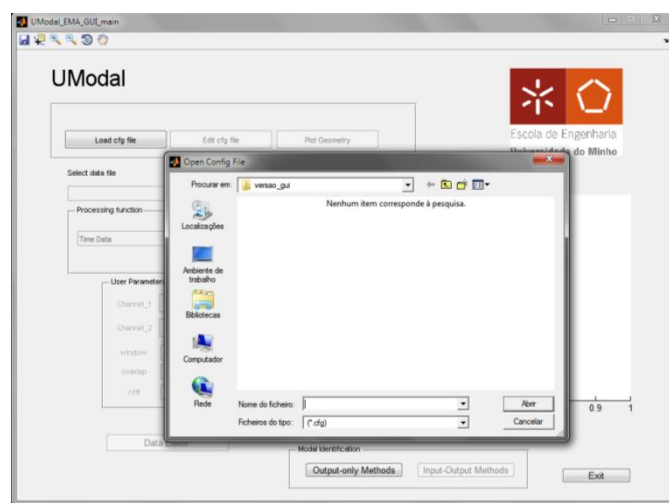
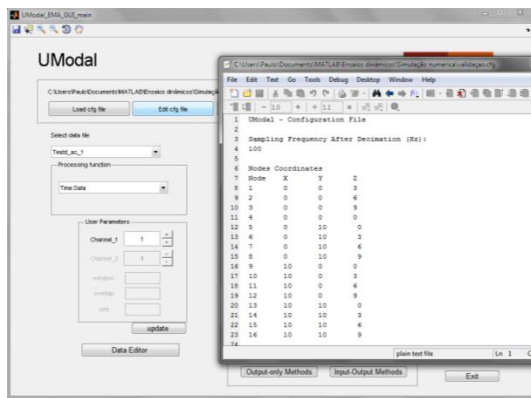
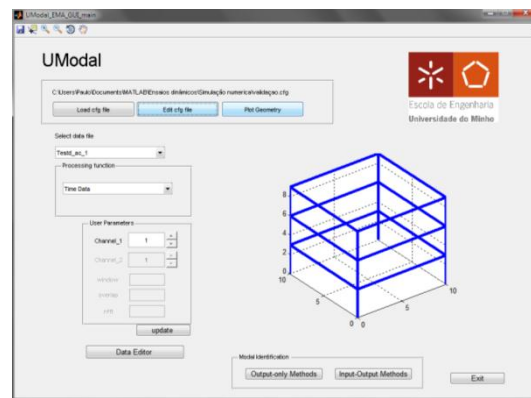


Fig. 6 – Ecrã de seleção da localização do ficheiro de configuração

Ainda no painel principal, o utilizador é confrontado com duas outras opções: o botão para a edição do ficheiro de configuração (que apresenta um editor de texto inserido no Matlab e permite a edição do ficheiro de config), e um outro botão que permite visualizar a geometria da estrutura (ver Figura 7), com o objetivo de o utilizador saber se os dados introduzidos estão bem definidos.



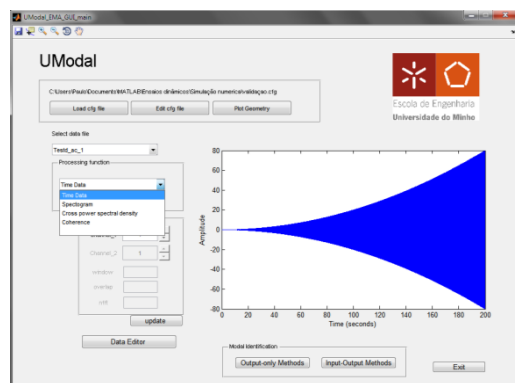
a) Load cfg file



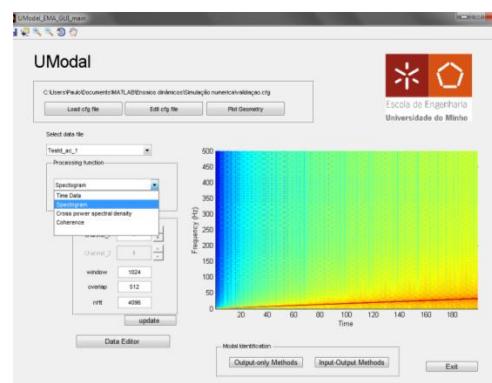
b) Plot Geometry

Fig. 7 – Ilustração das funcionalidades do painel principal do UModal Main

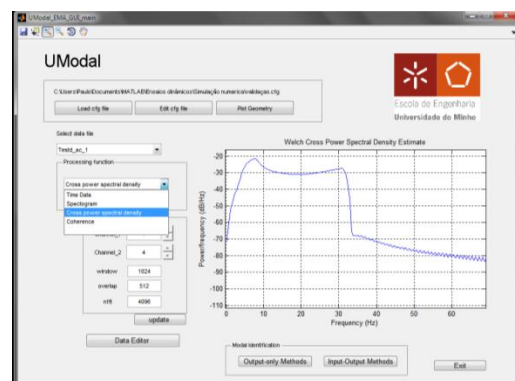
Na Figura 8 ilustram-se quatro outras funcionalidades que permitem que o utilizador, na fase inicial, verificar a qualidade dos dados lidos pelo programa.



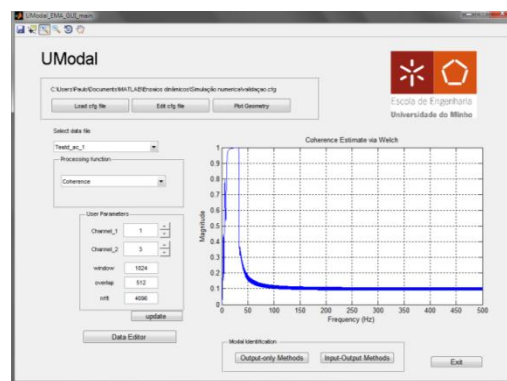
a) Visualização dos sinais no domínio do tempo



b) Espectrograma



c) Espectro cruzado de potência entre dois sinais



d) Função coerência entre dois sinais

Fig. 8 – Funcionalidades do interface gráfico UModal Main

## Interface gráfico de edição de sinais

Através do interface principal está disponível ao utilizador a possibilidade de editar os ficheiros de dados (sinais) lidos pelo programa na interface gráfica de edição de sinais. Aqui é possível cortar os sinais e aplicar 3 tipos de filtro: passa-baixo, passa-alto e um filtro de banda. A interface gráfica de edição de sinais é apresentada na Figura 9.

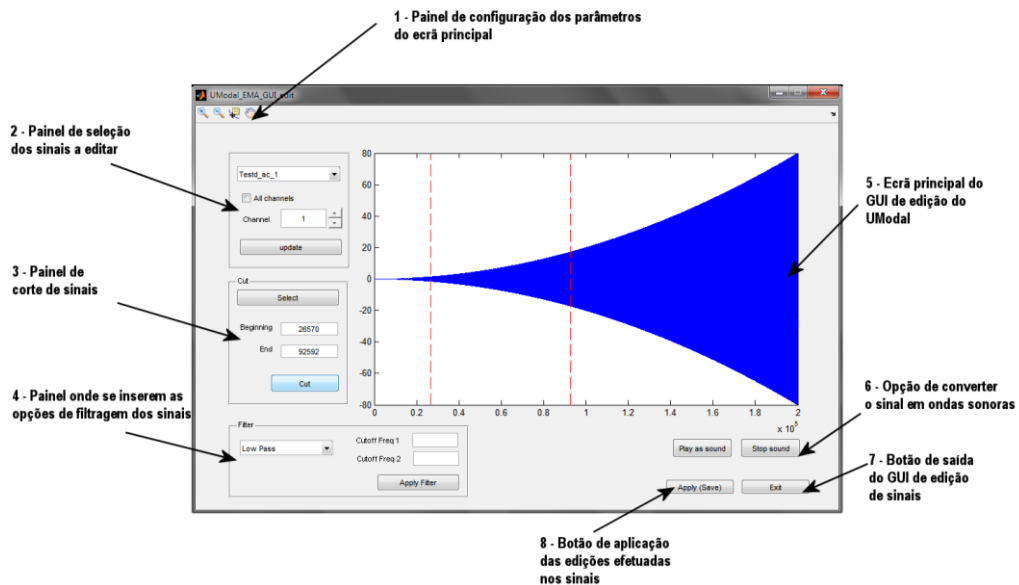


Fig. 9 – Visualização da interface gráfica de edição de sinais

## Toolbox de análise modal operacional (*Output Only*)

Na presente *toolbox* está implementado o método *EFDD*, onde é calculado os valores singulares dos sinais através da função *svd* (*singular value decomposition*) inserida no Matlab.

O processo de estimação dos parâmetros dinâmicos é feito de uma forma através das seguintes etapas:

1. Visualizar os sinais no domínio do tempo, navegando pelos vários *setups* e graus de liberdade definidos;
2. Escolher a opção “SVD” do painel de seleção de funções (identificado pelo número 2 da Figura 10);

3. Definir o tipo e número de pontos da janela de dados, número de pontos de *overlap*, e o número total de pontos dos espectros cruzados (*nfft*). Os parâmetros atrás definidos são integrados na função *cpsd* (*cross power spectral density*), embutida no Matlab;
4. Após o processamento dos valores singular, estes são apresentados no ecrã principal da *toolbox*. Seguidamente, o utilizador passará à fase de seleção dos picos de ressonância no ecrã principal, carregando no botão “Peak Frequencies”;
5. Definição do valor *MAC* máximo para a seleção de pontos na vizinhança da ressonância, com o intuito de estimar a função de auto-correlação, para cada frequência selecionada previamente. Carregando no botão “SDOF Processing” a função de auto-correlação é apresentada no ecrã secundário, para a frequência selecionada na lista. Por fim, para a estimação do amortecimento, utilizador necessita de introduzir os valores máximos e mínimo da função auto-correlação nas respetivas caixas e carregar no botão “Show Modal Parameters”, seguidamente, o programa apresenta uma nova figura com a qualidade da estimativa pelo método *EFDD*.
6. Após a apresentação dos resultados, o utilizador, no caso de achar que a estimativa para o amortecimento não é viável, pode repetir o processo, ou continuar e carregar no botão “add mode” para passar a fase seguinte.
7. Após o último passo, o modo de vibração aparece no painel de seleção (apresentado com o número 6 na Figura 10), se o utilizador selecionar o modo, aparecerá no ecrã principal a forma do modo de vibração.

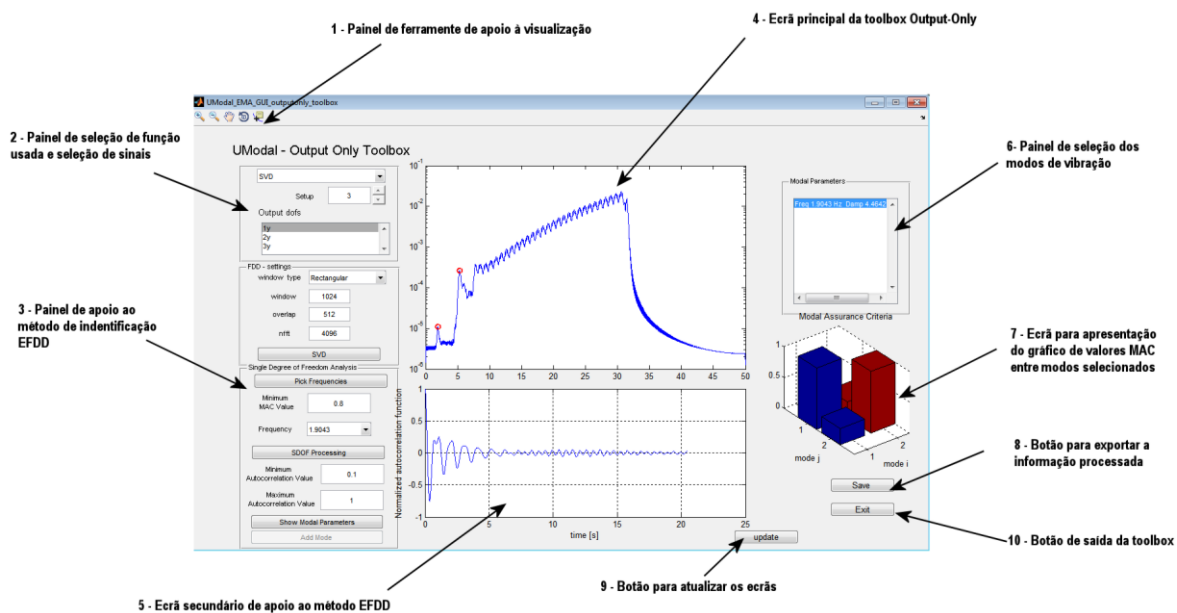


Fig. 10 – Aspecto geral da *toolbox* de análise modal operacional

### ***Toolbox de análise modal tradicional (ensaio input-output)***

A *toolbox input-output* tem objetivo de extrair os parâmetros dinâmicos de ensaios forçados, i.e., quando é possível medir a excitação aplicada à estrutura e a resposta desta. Nesta *toolbox* estão implementados dois algoritmos distintos: o método *Peak Picking* e o método *Circle Fit*.

De seguida, será descrito o procedimento que o utilizador terá de seguir para obter os parâmetros dinâmicos:

1. Após a abertura da *toolbox*, esta apresenta os sinais no domínio do tempo para os vários *setups* e graus de liberdade.
2. Selecionar a opção “Frequency Domain”, definir o tipo e numero de pontos da janela de dados, número de pontos de *overlap* e número de pontos das estimativas de densidade espectral, depois o utilizador deve carregar no botão “Process” para iniciar o processamento.
3. O final do Processamento acontece quando o ecrã principal muda, mostrando agora, a média de todas as funções de resposta no domínio da frequência.
4. Selecionar o método de identificação a usar no menu “Damping estimation method”, onde está disponível o método “Half Power Bandwidth Method” e “Circle Fit Method”.
5. Após a seleção do método de identificação, o utilizador encontra-se preparado para proceder ao processo de escolha dos picos de ressonância através do botão “Peak”.
6. Depois de selecionar os picos, os parâmetros dinâmicos são apresentados na lista do lado direito (ponto 5 da Figura 11) e se o utilizador premir em cima de um modo, o programa apresenta a forma do modo de vibração no ecrã principal.

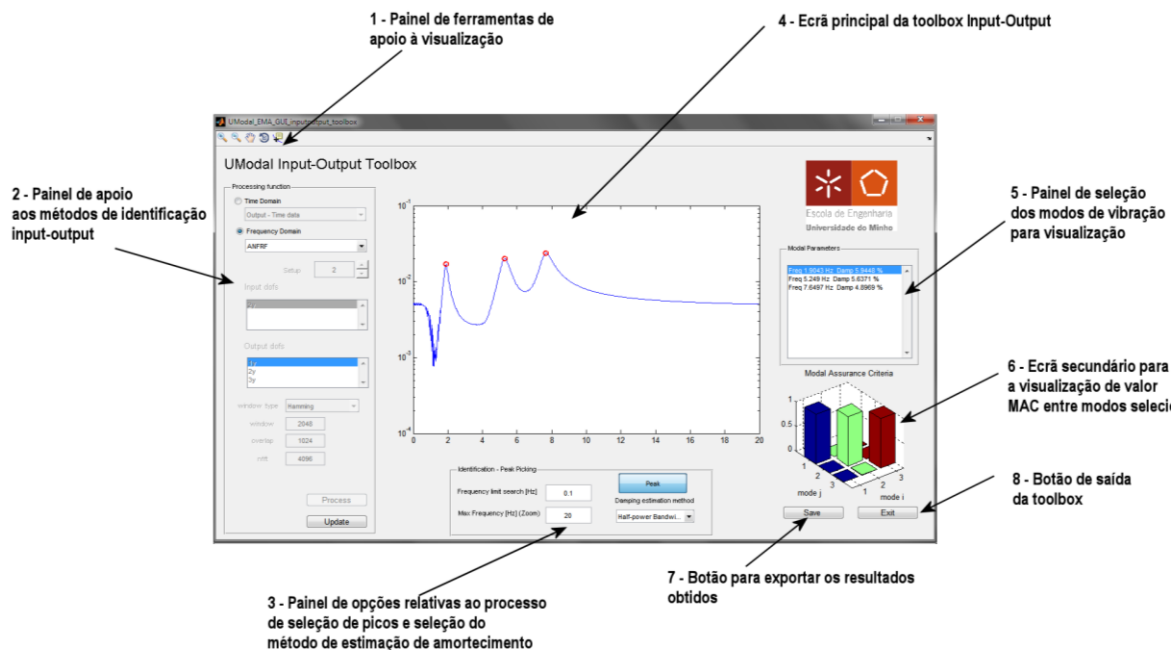


Fig. 11 - Aspeto geral da *toolbox* de análise modal tradicional input-output

## Considerações finais

Aqui foi apresentado sumariamente o programa UModal (versão 1.0), foram apresentadas algumas das funcionalidades do programa e a maneira como o utilizador deve usar o programa UModal. Este manual não dispensa o estudo do funcionamento e das técnicas de análise modal, antes da utilização deste programa.

